

## **CARACTERIZACION DINÁMICA DE PROCESOS ESPECULATIVOS**

**Francisco Parra Rodríguez**  
**Doctor Economía UNED**

### **Introducción**

Las observaciones empíricas de las distribuciones de los rendimientos contradicen sistemáticamente la hipótesis de normalidad. Ya en los trabajos de Mandelbrot (1963) y Fama (1965) se señalan las características típicas de estas variables, que se pueden resumir en las siguientes: en primer lugar, los movimientos bruscos suelen ser más pronunciados en el caso de las bajadas de precios que en el de las subidas (asimetría a la izquierda); los mercados tienden a ser más sensibles a las malas noticias que a las buenas; además, se comprueba que la volatilidad de los activos no es constante, sino que se suceden momentos de fuertes cambios de precios seguidos de otros más estables, lo que lleva a la existencia de más realizaciones en los extremos de la distribución de las esperadas si siguieran una distribución normal (colas anchas); y, por último, en torno al valor medio se produce concentración de probabilidad, es decir, la distribución es más apuntada y estrecha, presentando más probabilidad que la esperada en los movimientos muy pequeños. En definitiva, nos encontramos ante una distribución con mayor masa de probabilidad en los movimientos menores y en los más extremos, siendo menores los cambios de precios que podríamos denominar «intermedios» (Gonzalez C. y Gimeno R, 2006).

Fama (1965), ante las serias dudas introducidas por Mandelbrot acerca de la validez de la hipótesis de normalidad, fue el primero en realizar un estudio completo sobre rentabilidades diarias en el mercado americano de capitales. Encontró que las rentabilidades estaban negativamente sesgadas hacia la izquierda, las colas de las distribuciones eran más gruesas y el apuntamiento en torno a la media, término que estadísticamente se denomina leptocurtosis, era superior al predicho por una distribución normal, y concluyó señalando que la muestra verificaba más claramente la hipótesis de Mandelbrot que la hipótesis de normalidad. Sharpe (1970) también se manifestó en este sentido, y señaló que las distribuciones normales asignan menos probabilidad de ocurrencia a los valores extremos de las rentabilidades.

Una serie que atravesó un fuerte proceso especulativo es la cotización de Volkswagen (VW) entre septiembre y noviembre del 2008. Es por ello una cotización idónea para tratar de comprobar que características presenta una serie sometida a un proceso de este tipo. El desarrollo del trabajo se realiza de la siguiente manera. En un primer apartado se realiza un resumen de los fundamentos teóricos que están detrás de los procesos financieros normales y especulativos, conforme a estos fundamentos en los siguientes apartados se realizan diversos test que se supone deben de cumplir la series sujetas a movimientos no gaussianos: contraste sobre la normalidad de los residuos, contraste de procesos de memoria larga, y teoría de los valores extremos. En los ante-últimos apartado se analiza los rendimientos medios mensuales de la cotización VW, obtenidos a partir de las primeras diferencias logarítmicas, combinado la teoría de los valores extremos y el contraste sobre la memoria larga en el periodograma, en el caso de las primeras diferencias, es decir de los cambios mensuales en la cotización, se obtienen los valores extremos a partir de la relevancia de la variación de los cambios de cotización. En ambos casos se comprueba como ambas series están influidas por las cotizaciones extremas.

### **Convención de continuidad de los mercados financieros**

Uno de los principios que hace funcionar a los mercados financieros es la “convención de continuidad” o “convención financiera”, concepto que esta presente en la Teoría General de Keynes: “ En la práctica, y por regla general, hay un acuerdo tácito de recurrir a un método que descansa, a decir verdad, sobre una pura convención. Esta convención consisten esencialmente...en la hipótesis en que el estado de cosas actual de los negocios continuará indefinidamente, a menos que se tengan razones precisas para esperar un cambio”. Esta convención permite un alto grado de continuidad y estabilidad en los negocios, ya que “el

inversionista no corre riesgo distinto que el de un cambio efectivo en las informaciones relativas al provenir próximo, riesgo en cuya probabilidad puede tratar de hacerse a una opinión personal y que en cualquier caso, no habría de ser muy grande”.

Orleáns A. (2005) se refiere a la formación de valor en los mercados bursátiles en base a dicha convención, destacando a este respecto dos factores: la liquidez y la continuidad o normalidad. La liquidez es la capacidad de los títulos a transformarse en riqueza, es decir, moneda, de hecho la crisis financiera es considerada por Orleáns como un proceso de destrucción de la liquidez financiera, que consiste no en los retrasos en la ejecución de ordenes individuales de compra o venta, sino en un disfuncionamiento en la gestión de los intermediarios financieros, que provoca una crisis global de confianza, de forma que solo la acción de las autoridades monetarias, secundada por los bancos, otorga a los mercados la liquidez que requieren. La liquidez financiera no es entonces un dato natural, intrínseco a título, su naturaleza descansa sobre la cierta garantía de la autoridad monetaria. Según Orleáns, la liquidez de los títulos financieros descansa pues en la cotización pública de su valor, adquiriendo así un amplio reconocimiento social sobre la garantía de su convertibilidad en moneda, lo que les dota de una seguridad y un amplio espacio de circulación como activos financieros. No obstante, los títulos de cara a su convertibilidad necesitan de una garantía exógena que es la regularidad absoluta de las cotizaciones publicas. Los mercados bursátiles hacen posible para cualquier inversor comprar o vender cualquier titulo que le convenga, en tanto que tal posibilidad no existe para el capital tomado en su totalidad, que permanece inmovilizado sin que el mercado tenga la posibilidad de desprenderse de él. La liquidez reposa entonces en el compromiso tácito de toda la comunidad financiera de hacerse cargo de la totalidad del capital, es decir que existe libertad para comprar o vender títulos en el convencimiento de se sabe que al final el mercado absorberá todas las ordenes emitidas, y la crisis deviene cuando el mercado se niega a hacer frente a este compromiso, y es entonces cuando la acción de los poderes públicos se vuelve central, como ha mostrado la crisis financiera actual.

No obstante, para que los mercados financieros funcionen correctamente, se necesita también la convención o la creencia de que el precio del mercado es una evaluación pertinente del valor de los títulos en el momento considerado y en base a la información disponible. La comunidad financiera reconoce en él la mejor estimación posible lo que le da una cierta seguridad en su riqueza financiera y en el reconocimiento social de dicha evaluación. Dicho precio expresa el acuerdo instantáneo de la comunidad financiera, sin que tenga que ver con su valor fundamental de la acción, que es conocido por la mayor parte de los inversores intervienen en el mercado. Para Orleáns el “objetivo primero de los mercados es convertir en líquidos títulos que representan un capital inmovilizado y, haciéndolos líquidos, acrecentar así la esfera de circulación de esos activos, dado que el valor fundamental del titulo presenta un papel secundario, el precio instantáneo designa el precio al que se efectuó la última transacción, ya que el inversor presupone que las variaciones de precio son incrementales y de poca amplitud, de forma que el precio observado es un buen estimador del precio a que se va a cerrar la próxima negociación. Esta es la convención de continuidad o normalidad que garantiza el funcionamiento endógeno de los mercados financieros.

El reflejo cuantitativo de la convención de continuidad es el convencimiento que las variaciones de precio son incrementales y de poca amplitud, de suerte que el precio observado,  $P_t$ , es un buen estimador del precio al cual se hará la próxima negociación, puesto que, en una tal situación, sólo las nuevas informaciones pueden conducir a modificar el consenso del mercado. Una manera simplificada de expresar matemáticamente esta última idea es escribir que el precio en  $(t+1)$ , que se designará como  $P_{t+1}$ , es igual a  $P_t$ , el precio en  $t$ , más una variación  $e_{t+1}$ , independiente de  $P_t$ . La variación  $e_{t+1}$ , es una variable aleatoria en la medida en que depende del azar. Intuitivamente aparece que la hipótesis de continuidad está estrechamente ligada a la forma de los eventos azarosos, hay continuidad si los saltos aleatorios no son, en promedio, demasiado grandes, lo que depende de la forma del azar que se considere. Y tradicionalmente, se considera un azar gaussiano, ya que una característica de la ley gaussiana es que las grandes desviaciones son raras, de manera que la hipótesis de la normalidad del azar implica una continuidad de la serie de precios: si el azar es gaussiano, los saltos son “pequeños” y se verifica la hipótesis de continuidad. Por esta razón se hablará

indistintamente de “continuidad” o de “normalidad”, pero tal construcción teórica no se sostiene si la hipótesis de normalidad no se verifica.

El inicio de la investigación sobre la distribución de los rendimientos se remonta a 1990, cuando Bachelier (1900) propuso para éstos un proceso de ruido blanco normal o gaussiano. Desde entonces, la normalidad de los rendimientos fue, en general, aceptada hasta la década de los sesenta, cuando los estudios realizados por Mandelbrot (1963), para el mercado del algodón, y Fama (1963 y 1965), para los treinta valores integrantes del índice Dow-Jones, pusieron de manifiesto que las distribuciones Pareto-estables (PE) se ajustan mejor a los rendimientos de estos mercados que la distribución normal. Mandelbrot distingue así entre el azar “benigno” y el azar “perverso” o salvaje. El primero corresponde a las leyes gaussianas, el último a las leyes estables no gaussianas de Paul Lévy. Estas leyes tienen la particularidad de permitir fluctuaciones muy grandes, y las colas de estas distribuciones pertenecen a la familia de leyes potencia del tipo pareto

En el estudio econométrico de la variación de los precios especulativos, Mandelbrot B. (1966) concluye que la operativa de los valores financieros aparejaba realmente riesgos más altos de lo que se creía, que la diversificación podía no funcionar tan bien como se daba por sentado, que las medidas estadísticas del riesgo como la varianza podían ser altamente inestables, y que los grandes movimientos de precios podían arracimarse más densamente de lo esperado por los analistas. Su principal 'descubrimiento', fue la idea esencial de la invarianza estadística de escala y la complejidad irrestricta de la historia en el análisis de series temporales de datos económicos (Izquierdo A. J., 1998).

La invarianza estadística de escala contradecía una creencia muy arraigada entre los analistas bursátiles que, desde el trabajo de Bachelier, modelaban el comportamiento temporal de las rentas financieras en la forma de un 'paseo aleatorio'. En modelos estadísticos como los de la difusión lognormal (basado en un movimiento browniano geométrico) o la martingala (basado en una regla lineal de iteración de expectativas), se postula que, aunque las variaciones logarítmicas sucesivas de los precios vibran en direcciones completamente impredecibles, lo hacen, en promedio, a velocidades constantes, a saltos homogéneos cuya desviación respecto de la magnitud media está limitada según una relación de proporción inversa que la liga con la amplitud del intervalo temporal

Sin embargo Mandelbrot observó que ciertos acontecimientos bursátiles ocurren de golpe y barren todo a su paso: los precios viajan a veces en el tiempo a saltos discontinuos que son mucho mayores de lo que deberían si su dinámica estuviese regida por las leyes del movimiento browniano puro. De modo que la varianza de las series agregadas, puede crecer de forma exagerada e impredecible para cada nueva ampliación de la muestra.

En un sentido estadístico estricto, en este tipo de modelos los sucesos más improbables son siempre los más importantes. Los momentos singulares que determinan la estructura característica de la distribución están definidos por intensas fluctuaciones derivadas de grandes acontecimientos legislativos fundantes, crisis institucionales y medidas oficiales correctoras, transformaciones organizacionales, contagios difusivos masivos y polarizaciones sociales repentinas (Orléan, 1990).

La complejidad irrestricta contradice, por su parte, el principio de la independencia temporal a largo plazo de las series económicas. El análisis econométrico de las series temporales en economía se basa en la existencia de mínimos fenómenos de memoria a corto plazo en las series temporales bajo la forma de correlaciones seriales de pequeña escala (lo que se conoce como 'dependencia markoviana'<sup>1</sup>), en tanto que los cambios en el largo plazo (tendencias

---

<sup>1</sup> Una cadena de Márkov, que recibe su nombre del matemático ruso Andrei Andreevitch Markov (1856-1922), es una serie de eventos, en la cual la probabilidad de que ocurra un evento depende del evento inmediato anterior. En efecto, las cadenas de este tipo tienen memoria. "Recuerdan" el último evento y esto condiciona las posibilidades de los eventos futuros. Esta dependencia del evento anterior distingue a las cadenas de Márkov de las series de eventos independientes, como tirar una moneda al aire o un dado.

empíricas persistentes, ciclo económico, etc..) deben de ser determinadas con total independencia de la propia historia interna particular de cada serie temporal.

Esta forma de azar presenta dos tipos de características que rompen con la constancia y simetría del movimiento browniano clásico. Por un lado, frente al ideal de constancia absoluta implícito en el concepto estadístico de estacionaridad (independencia temporal absoluta de todos los momentos estadísticos), presentan un tipo atenuado o sui generis de estacionaridad que permite la aparición de dependencia o 'memoria' intertemporal a largo plazo entre las desviaciones promedio de los distintos registros muestrales. La memoria a largo plazo de esta clase de procesos aleatorios adopta la forma de intensas fluctuaciones de baja frecuencia correlacionadas entre sí para cualquier escala temporal. Por otro lado, frente la ergodicidad o simetría estadística simple típica del azar normalizado (agregación completamente equitativa de variables aleatorias idénticas entre sí), presentan un comportamiento 'jerarquizado', no ergódico, del proceso estocástico subyacente, que dota al azar así generado de simetrías estadísticas más extrañas y codificadas (Mandelbrot, 1963). En los azares estacionarios no ergódicos, las contribuciones relativas de las diversas variables aleatorias que componen la función de suma del proceso estocástico no tienen la misma importancia o peso específico en el resultado final de la suma. El impacto muestral de ciertas realizaciones particulares puede ser de tal magnitud que sus efectos no se diluyan o se diluyan sólo muy lentamente en términos poblacionales, de modo que la agregación de grandes números de eventos azarosos no haga que se anulen rápidamente entre sí en la forma de un límite central claramente definido como sucede en el (especialísimo) caso gaussiano.

En estos modelos matemáticos del azar los fenómenos más improbables tienen siempre, en cierto sentido, "demasiada importancia" para la configuración de los promedios estadísticos. La jerarquización de las variables aleatorias según sus diferentes límites de varianza en el interior del algoritmo del proceso estocástico induce la aparición de no linealidades, saltos repentinos y discontinuidades abruptas en los modos de variación de la estructura probabilística del proceso. La ubicuidad de estos ruidos discontinuos para cualquier escala muestral pauta imaginariamente la serie en formas irregulares recursivas o ciclos aperiódicos (Izquierdo A.J., 1998).

La escalarización invariante del azar provoca en última instancia el surgimiento de altos límites de varianza poblacional agregada, e incluso de varianza infinita. Ambos tipos de fenómenos son impensables e intratables en el sencillo modelo tradicional de los procesos aleatorios normales. A estas formas estocásticas escalarizadas en las que aleatoriedad y causalidad se entrelazan de forma indiscernible, las bautizará Mandelbrot, por oposición al paradigma del "azar benigno" o indeterminismo primario asociado con las obras clásicas de Laplace y Gauss, como "azar demasiado errático" "azar salvaje" -indeterminismo de segunda especie (Mandelbrot, 1973 y 1996). En los azares benignos, lo que es impredecible a nivel local o micro se hace determinado y predecible a nivel global o macro. En los azares demasiado erráticos, el paso a los grandes números ya no es capaz de proporcionar las bases del control y la predicción.

"Las fluctuaciones benignas han sido descritas por los matemáticos; muchas han sido explicadas por los científicos; los ingenieros han aprendido a manejarlas para volverlas más tolerables... Mas todo el mundo conoce ciertos dominios del saber, aceptados y definidos desde hace tiempo, que se resisten a la cuantificación... El más patente afecta a las fluctuaciones económicas y, muy en concreto, a las financieras. Estas últimas tienen como modelo la exactitud de la física estadística, pero lo menos que puede decirse es que tal modelo

---

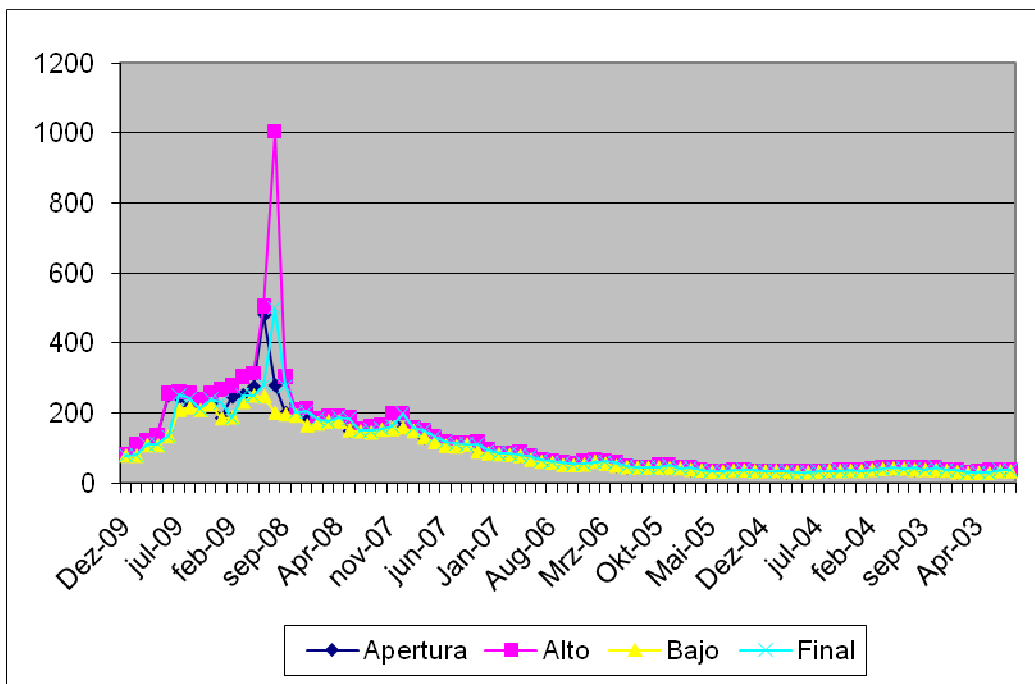
En matemáticas, se define como un proceso estocástico discreto que cumple con la propiedad de Márkov, es decir, si se conoce la historia del sistema hasta su instante actual, su estado presente resume toda la información relevante para describir en probabilidad su estado futuro.

sigue siendo un ideal muy lejano... las fluctuaciones financieras ¿donde se encontrará el equilibrio económico que haga las veces del equilibrio termodinámico "normal"? Me convencí rápidamente de que la noción de equilibrio económico carece de contenido y de que, para describir la variación de precios, no basta con modificar el azar benigno incorporándole innovaciones de detalle. Llegué a la conclusión de que el azar benigno de la mecánica estadística no había supuesto más que un primer estadio del indeterminismo en las ciencias. Era, en consecuencia, indispensable ir más allá del caso benigno... pasar a un segundo estadio del azar, al que ahora me refiero con otro término pintoresco y vigoroso: azar "salvaje" o brutal... Fue en el contexto de la Bolsa donde tomé conciencia por vez primera de un fenómeno inquietante y magnífico: el azar puro puede tener un aspecto que no podemos negarnos a calificar de creativo." (Mandelbrot, 1996).

### Contraste de la hipótesis de normalidad en la serie de rendimientos bursátiles de la cotización de Volkswagen.

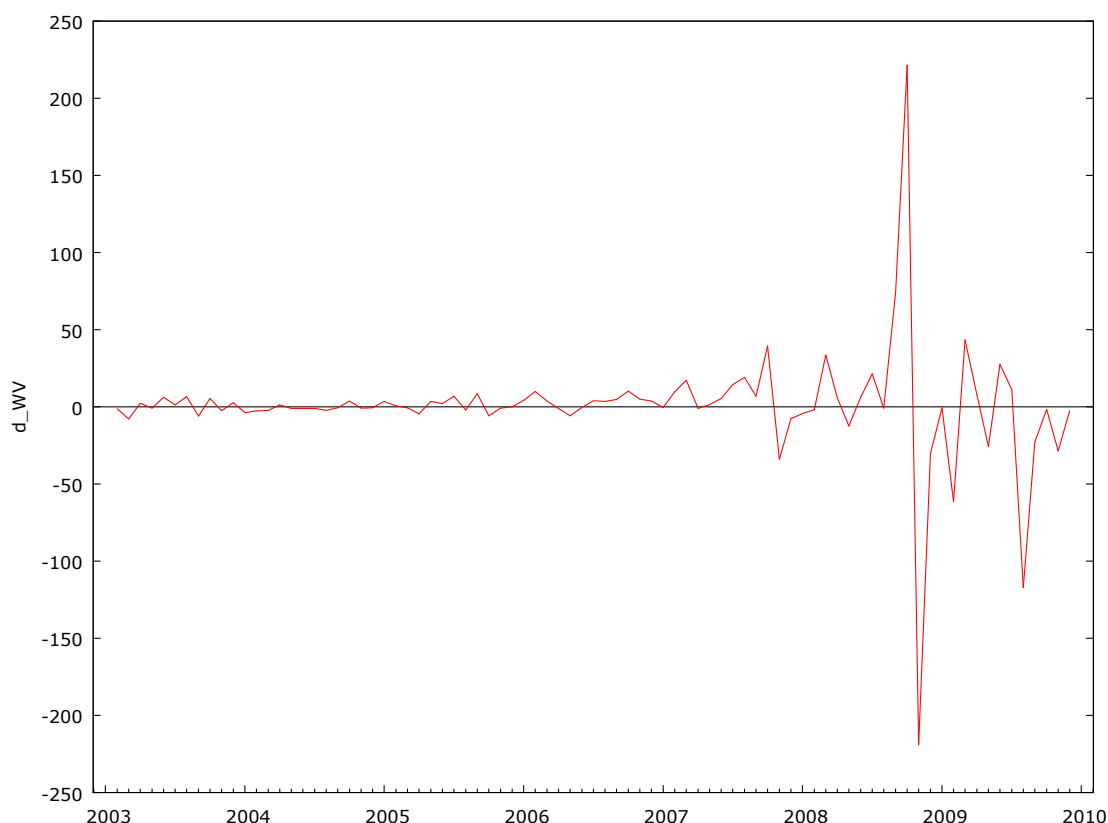
En la figura nº 1 se representa la cotización del valor VW en la bolsa alemana, en sus valores medios mensuales a la apertura, valor más alto, más bajo y al cierre, siendo la serie que vamos a analizar la relativa al cierre de sesión.

Figura nº1  
Cotización de Volkswagen 2003-2009



La representación gráfica de las diferencias mensuales de la cotización final permite apreciar el movimiento especulativo que se produjo entre dichos meses, y la caída de la cotización que tuvo lugar en agosto del 2009.

Figura nº2.  
Diferencias mensuales en la cotización VW.



Los análisis realizados sobre la normalidad con Gretel (Cottrell A. y Lucchetti R.;2008) de esta serie de rendimientos presentan las características de no normalidad apuntadas en la introducción: elevada curtosis y asimetría negativa.

Estadísticos principales, usando las observaciones 2003:01 - 2009:12  
para la variable 'd\_VW' (83 observaciones válidas)

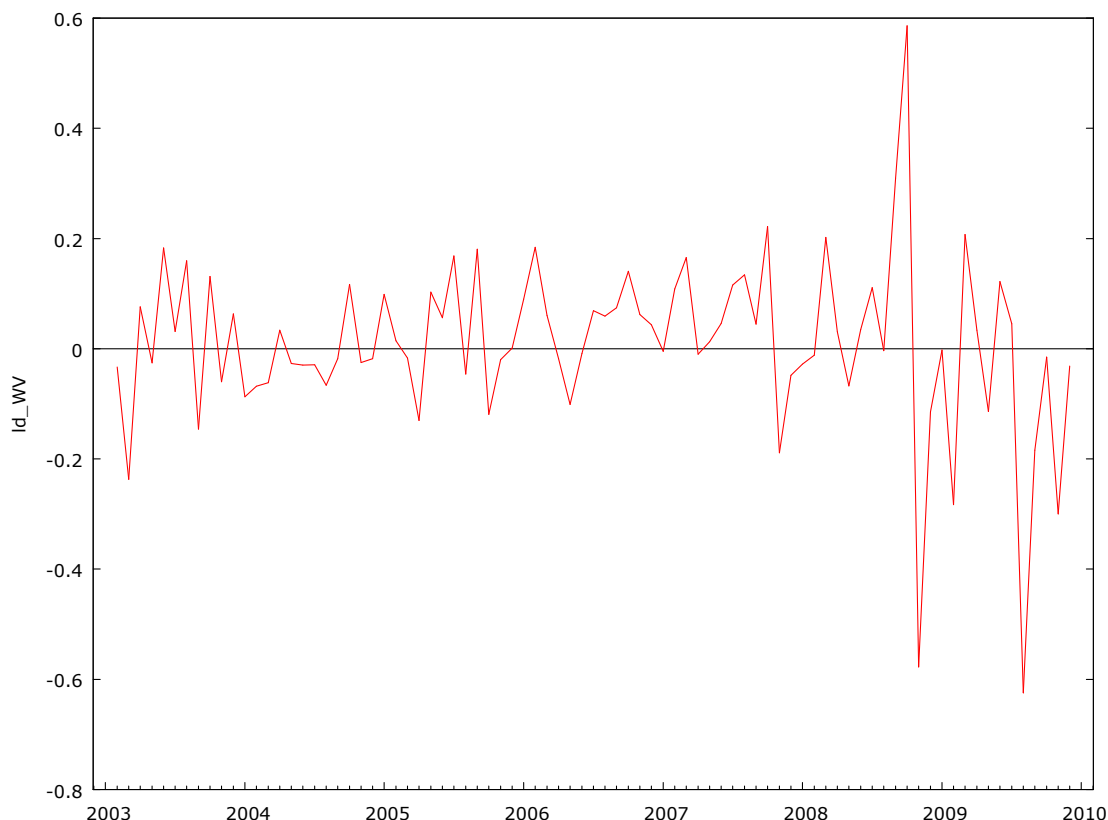
Media	0,49663
Mediana	0,060000
Mínimo	-219,17
Máximo	221,49
Desviación típica	40,170
C.V.	80,886
Asimetría	-0,22431
Exc. de curtosis	20,519

La representación de la serie de rendimientos mensuales en forma de diferencias logarítmicas<sup>2</sup>,  $r_t = \ln(Y_t) - \ln(Y_{t-1})$ , figura nº 3, también permite apreciar dichos movimientos:

<sup>2</sup> Las primeras diferencias logarítmicas es la forma habitual de analizar los rendimientos bursátiles.

Figura nº3

Rendimientos bursátiles medios mensuales de la cotización VW.



Los análisis realizados sobre la normalidad con la serie de rendimientos también presentan las características de no normalidad de este tipo de series: elevada curtosis y asimetría negativa.

Estadísticos principales, usando las observaciones 2003:01 - 2009:12 para la variable 'ld\_WV' (83 observaciones válidas)

Media	0,0088101
Mediana	0,0013459
Mínimo	-0,62482
Máximo	0,58595
Desviación típica	0,15983
C.V.	18,141
Asimetría	-0,81178
Exc. de curtosis	5,2243

### Contraste de hipótesis de memoria larga.

En el estudio econométrico de la variación de los precios especulativos, Mandelbrot B. (1966) concluye que la operativa de los valores financieros aparejaba realmente riesgos más altos de lo que se creía, que la diversificación podía no funcionar tan bien como se daba por sentado, que las medidas estadísticas del riesgo como la varianza podían ser altamente inestables, y que los grandes movimientos de precios podían arracimarse más densamente de lo esperado por los analistas. Su principal 'descubrimiento', fue la idea esencial de la invarianza estadística de escala y la complejidad irrestricta de la historia en el análisis de series temporales de datos económicos (Izquierdo A. J., 1998).

La invarianza estadística de escala contradecía una creencia muy arraigada entre los analistas bursátiles que, desde el trabajo de Bachelier, modelaban el comportamiento temporal de las rentas financieras en la forma de un 'paseo aleatorio'. En modelos estadísticos como los de la difusión lognormal (basado en un movimiento browniano geométrico) o la martingala (basado en una regla lineal de iteración de expectativas), se postula que, aunque las variaciones logarítmicas sucesivas de los precios vibran en direcciones completamente impredecibles, lo hacen, en promedio, a velocidades constantes, a saltos homogéneos cuya desviación respecto de la magnitud media está limitada según una relación de proporción inversa que la liga con la amplitud del intervalo temporal

Sin embargo Mandelbrot observó que ciertos acontecimientos bursátiles ocurren de golpe y barren todo a su paso: los precios viajan a veces en el tiempo a saltos discontinuos que son mucho mayores de lo que deberían si su dinámica estuviese regida por las leyes del movimiento browniano puro. De modo que la varianza de las series agregadas, puede crecer de forma exagerada e impredecible para cada nueva ampliación de la muestra.

En un sentido estadístico estricto, en este tipo de modelos los sucesos más improbables son siempre los más importantes. Los momentos singulares que determinan la estructura característica de la distribución están definidos por intensas fluctuaciones derivadas de grandes acontecimientos legislativos fundantes, crisis institucionales y medidas oficiales correctoras, transformaciones organizacionales, contagios difusivos masivos y polarizaciones sociales repentinas (Orléan, 1990).

La propiedad de memoria larga suele relacionarse con la persistencia que muestran las autocorrelaciones muestrales de ciertas series temporales estacionarias, que decrecen a un ritmo muy lento, pero finalmente convergen hacia cero, indicando que las innovaciones de dichas series tienen efectos transitorios pero perduran durante mucho tiempo. Este comportamiento no es compatible ni con los modelos estacionarios que imponen un decrecimiento exponencial en las autocorrelaciones y, por lo tanto, en los efectos de las innovaciones, ni con el grado extremo de persistencia de los modelos integrados no estacionarios en los que las innovaciones tienen efectos permanentes (Perez, A. 2000).

La presencia de memoria larga en series económicas, puede estar justificada por lo que Granger (1966) denominó la forma "típica" del espectro de las series económicas, que se caracteriza por no estar acotado en las frecuencias bajas y decrecer hiperbólicamente hacia cero. Lo (1991) detectó memoria larga en rendimientos financieros, también, Cheung (1993) y Baillie y Bollerslev (1994) han encontrado evidencia de memoria larga en activos financieros.

Geweke y Porter-Hudak (1983) proponen un estimador, conocido como GPH, basado en un modelo de regresión para el logaritmo del periodograma. El contraste propuesto por Geweke y Porter-Hudak se deriva de la estimación mínimo cuadrática del modelo de regresión en el dominio espectral definido en la ecuación:

$$\ln[I_T(\lambda_j)] \cong \beta_0 - d \left\{ \ln \left[ 4 \sin^2 \left( \frac{\lambda_j}{2} \right) \right] \right\} + \varepsilon_j, \text{ con } j=1,2,\dots,m$$

donde  $\lambda_j = \frac{2\pi j}{T}$  es la j-esima frecuencia de Fourier,  $I_T(\lambda_j)$  es la j-ésima ordenada del periodograma,  $\beta_0 = \ln[f_U(0)] \cdot \gamma$  siendo  $\gamma$  la constante de Euler,  $\varepsilon_j = \ln \left[ \frac{I_T(\lambda_j)}{f(\lambda_j)} \right] + \gamma$ , y  $m=g(T)$  es un entero menor que T y tendiendo hacia infinito mas despacio que T.

La expresión anterior puede interpretarse como un modelo de regresión lineal, lo que sugiere estimar d por mínimos cuadrados ordinarios.



La pendiente de este modelo es precisamente  $-d$ , y por tanto, para contrastar la hipótesis  $H_0:d=0$  (memoria corta) frente a la alternativa  $H_1:d \neq 0$ , se realiza con el clásico contraste de significación de la  $t$  de Student sobre el parámetro  $d$ .

El test que ha sido realizado en Gretl muestra que la serie de diferencias mensuales (Tabla nº1) y primeras diferencias logarítmicas (Tabla nº2) entre 2003 y 2009 no parecen presentar memoria larga. En las figura nº 4 y 5 se recoge el espectro junto al correlograma de ambas series.

Tabla nº1

Periodograma de los cambios de cotización mensuales de VW  
(primeras diferencias)

Número de observaciones = 83

Contraste GPH de integración fraccional ( $m = 13$ )

Orden de integración estimado =  $-0,211803$  ( $0,160999$ )

Estadístico de contraste:  $t(11) = -1,31555$ , con valor  $p$   $0,2151$

Estimador local de Whittle ( $m = 13$ )

Orden de integración estimado =  $-0,210827$  ( $0,138675$ )

Estadístico de contraste:  $z = -1,5203$ , con valor  $p$   $0,1284$

omega	frecuencia escalada	periodos	densidad espectral
0,0757	1	83	137,08867
0,1514	2	41,5	118,28605
0,2271	3	27,67	91,14667
0,3028	4	20,75	109,1675
0,3785	5	16,6	48,04852
0,4542	6	13,83	16,43541
0,5299	7	11,86	89,21118
0,6056	8	10,38	188,32241
0,6813	9	9,22	200,5652
0,757	10	8,3	187,04284
0,8327	11	7,55	337,08295
0,9084	12	6,92	303,62032
0,9841	13	6,38	414,43813
1,0598	14	5,93	209,51297
1,1355	15	5,53	104,68899
1,2112	16	5,19	131,13812
1,2869	17	4,88	146,4293
1,3626	18	4,61	202,64718
1,4383	19	4,37	270,00703
1,514	20	4,15	258,42325
1,5897	21	3,95	327,70969
1,6654	22	3,77	188,70182
1,7411	23	3,61	82,92172
1,8168	24	3,46	63,73622

1,8925	25	3,32	208,16703
1,9682	26	3,19	490,71924
2,0439	27	3,07	875,04428
2,1196	28	2,96	1029,79369
2,1953	29	2,86	827,94803
2,271	30	2,77	464,75768
2,3467	31	2,68	251,2369
2,4224	32	2,59	140,04001
2,4981	33	2,52	182,81442
2,5738	34	2,44	324,70744
2,6495	35	2,37	396,70129
2,7252	36	2,31	399,5101
2,8009	37	2,24	179,46354
2,8766	38	2,18	142,46561
2,9523	39	2,13	121,34698
3,028	40	2,08	176,28388
3,1037	41	2,02	92,23757

Tabla nº 2  
 Periodograma de los rendimientos mensuales de VW  
 (primeras diferencias logarítmicas)

Número de observaciones = 83

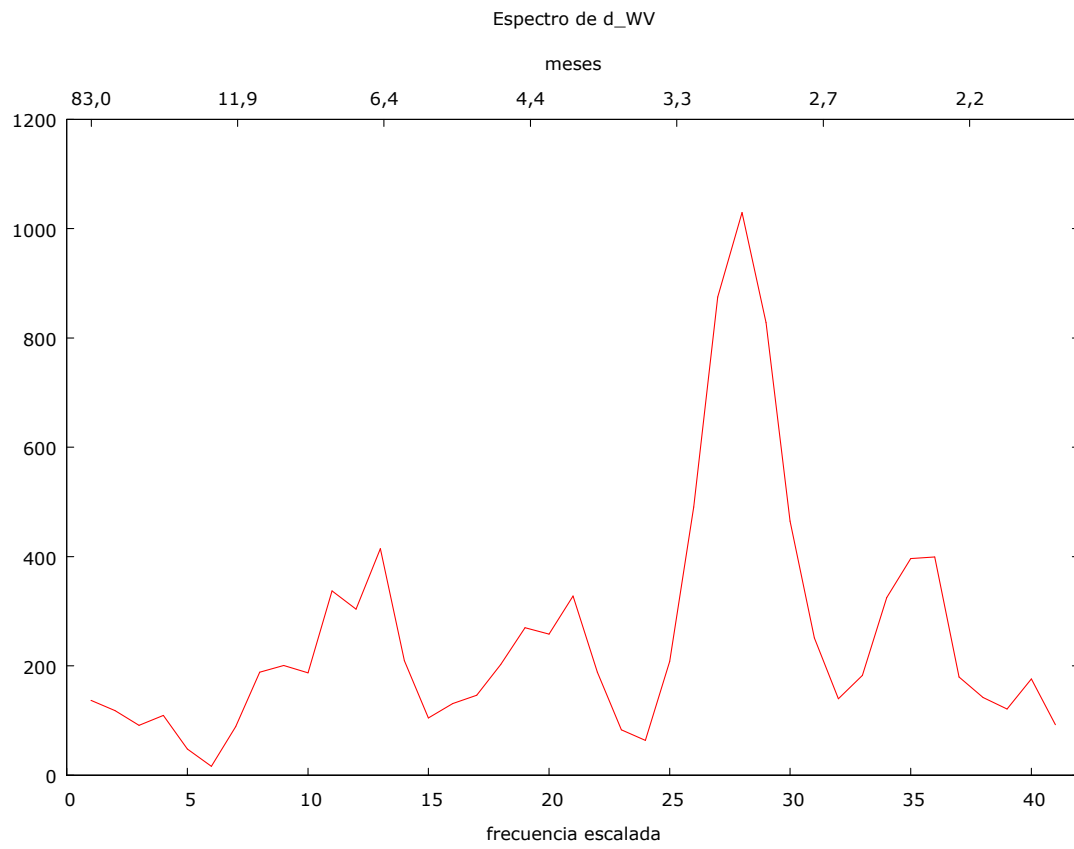
Contraste GPH de integración fraccional (m = 13)  
 Orden de integración estimado = 0,0884071 (0,183274)  
 Estadístico de contraste:  $t(11) = 0,482378$ , con valor p 0,6390

Estimador local de Whittle (m = 13)  
 Orden de integración estimado = 0,0174026 (0,138675)  
 Estadístico de contraste:  $z = 0,125492$ , con valor p 0,9001

omega	frecuencia escalada	periodos	densidad espectral
0,0757	1	83	0,01024
0,1514	2	41,5	0,00252
0,2271	3	27,67	0,00274
0,3028	4	20,75	0,00675
0,3785	5	16,6	0,00142
0,4542	6	13,83	0,00091
0,5299	7	11,86	0,00303
0,6056	8	10,38	0,00422
0,6813	9	9,22	0,00255
0,757	10	8,3	0,00062
0,8327	11	7,55	0,00842
0,9084	12	6,92	0,00244

0,9841	13	6,38	0,01421
1,0598	14	5,93	0,00158
1,1355	15	5,53	0,00025
1,2112	16	5,19	0,00311
1,2869	17	4,88	0,00152
1,3626	18	4,61	0,00094
1,4383	19	4,37	0,00353
1,514	20	4,15	0,00137
1,5897	21	3,95	0,00558
1,6654	22	3,77	0,00169
1,7411	23	3,61	0,00068
1,8168	24	3,46	0,00012
1,8925	25	3,32	0,00232
1,9682	26	3,19	0,00546
2,0439	27	3,07	0,01394
2,1196	28	2,96	0,02031
2,1953	29	2,86	0,01297
2,271	30	2,77	0,00253
2,3467	31	2,68	0,00113
2,4224	32	2,59	0,00001
2,4981	33	2,52	0,00105
2,5738	34	2,44	0,00463
2,6495	35	2,37	0,0047
2,7252	36	2,31	0,0065
2,8009	37	2,24	0,0001
2,8766	38	2,18	0,00032
2,9523	39	2,13	0,00181
3,028	40	2,08	0,00786
3,1037	41	2,02	0,00061

Figura nº4  
Espectro y correograma de los cambios de cotización de VW.



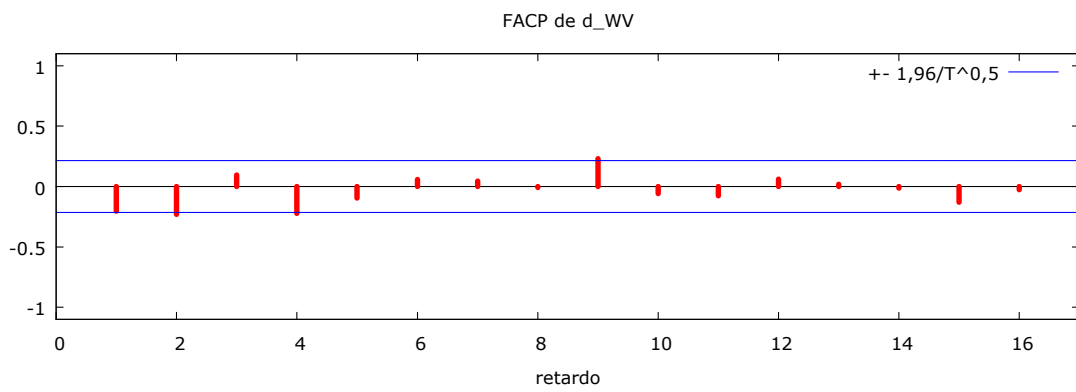
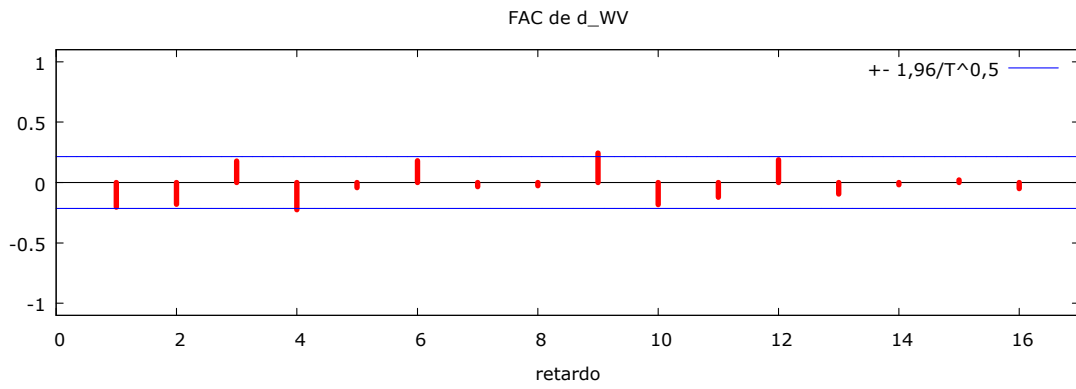
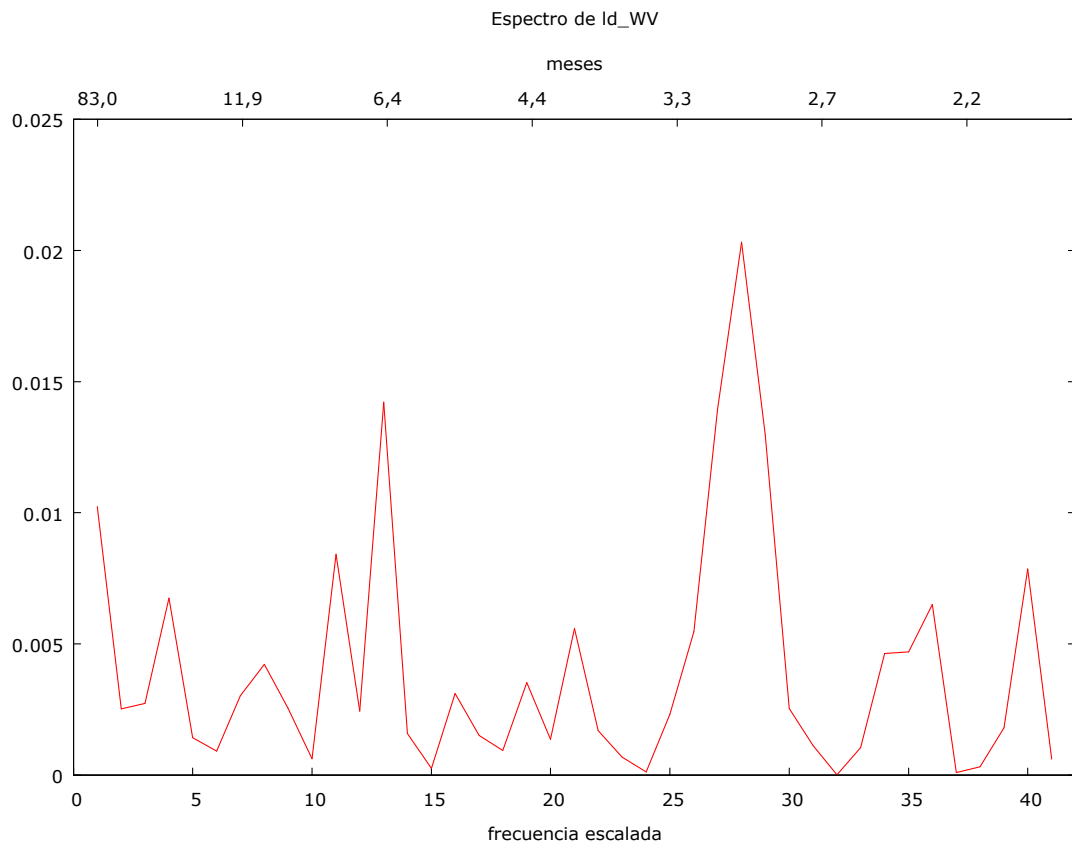
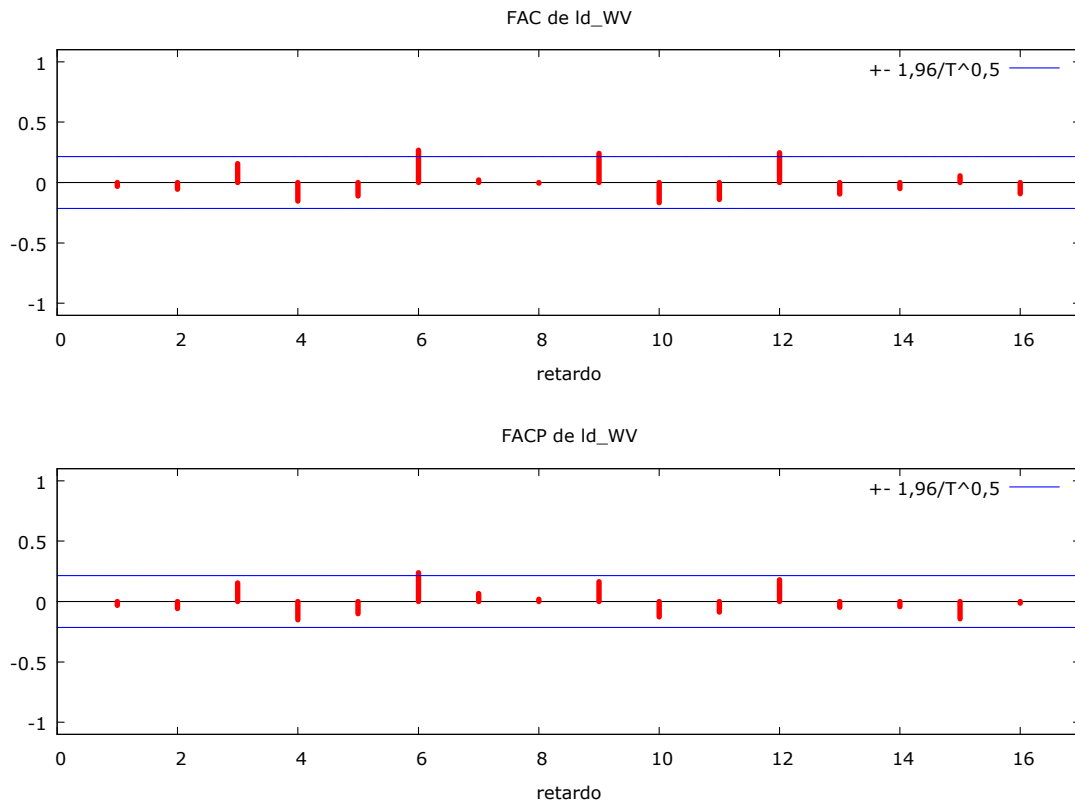


Figura nº5  
Espectro y correlograma de los rendimientos mensuales de VW





### Valores extremos

Mandelbrot (1963) y Fama (1963 y 1965), pusieron de manifiesto que las distribuciones PE se ajustan mejor para explicar la evolución de los mercados financieros. Este tipo de distribuciones límite de probabilidad, son conocidas en matemáticas como 'distribuciones estables de Lévy' (de Pareto, en economía) y Mandelbrot las denominará 'distribuciones estables de Lévy-Pareto'.

Dado que una PE no admite una expresión analítica explícita para las funciones de densidad, por lo que se definen por el logaritmo de su función característica, en la forma

$$\log(f(t)) = i\delta t - \gamma |t|^\alpha \left( 1 + \frac{i\beta t}{|t|} \tan \frac{\alpha\pi}{2} \right) \quad (1)$$

Las funciones de distribución PE quedan determinadas por cuatro parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$ . Estos parámetros guardan una cierta relación con los cuatro primeros momentos de la distribución. Así,  $\delta$  es un parámetro de posición que es igual a la esperanza de la distribución en el caso en que  $\alpha > 1$ ;  $\gamma$  es un parámetro de escala, y  $\beta$  que puede tomar valores en  $[-1,1]$ , nos indica la simetría de la distribución, siendo ésta simétrica cuando  $\beta = 0$ . Por último,  $\alpha$ , que verifica  $0 < \alpha < 2$ , nos refleja el tamaño de las colas de la distribución, siendo éstas mayores que las de la distribución normal cuando  $\alpha < 2$ . Sólo en casos excepcionales

se dispone explícitamente de la función de densidad. Uno de tales casos se da cuando  $\alpha = 2$ . Si en (1) hacemos  $\alpha = 2$ , se obtiene:

$$\log f(t) = i\delta t - \gamma t^2$$

y ésta es la expresión del logaritmo de la función característica de una distribución normal de esperanza  $\delta$  y varianza  $2\gamma$ . Por lo tanto, tenemos que la distribución normal es un caso particular de distribución PE.

Las distribuciones PE gozan, en opinión de Peiró A (1992) de dos propiedades que las hacen especialmente atractivas para modelizar los rendimientos bursátiles. En primer lugar, toda posible distribución límite de sumas de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas es PE. Esta propiedad es de gran interés para el análisis de los rendimientos del mercado de acciones y, en general, para cualquier mercado financiero. Mandelbrot (1963) y Fama (1963) han argumentado que, en la medida en que las variaciones de los logaritmos de los precios de los activos financieros responden a nuevas unidades de información disponibles por los agentes, el suponer un número de éstas lo suficientemente elevado, así como su combinación aditiva, apoya la tesis de la distribución PE.

La otra propiedad interesante es la estabilidad respecto a la adición (de ahí el nombre de estables). Si la variable aleatoria  $x$  sigue una distribución PE de parámetros  $\alpha, \beta, \gamma$  y  $\delta$  lo que representamos mediante

$$x \rightarrow PE(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$$

y otra variable aleatoria  $y$  sigue la misma distribución

$$y \rightarrow PE(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$$

entonces

$$y + x \rightarrow PE(\alpha, \beta, 2\gamma, 2\delta)$$

De este modo, al postular este tipo de distribución para los rendimientos, la unidad de tiempo empleada en su cómputo tiene una importancia relativamente secundaria. Como ejemplo se tiene que si los rendimientos diarios siguen una distribución PE, los rendimientos mensuales seguirán también una distribución PE con los dos primeros parámetros idénticos a los de la distribución diaria.

Sin embargo, para Peiro A. (1992), la familia de distribuciones PE presenta serios problemas de cara a la aplicación de las técnicas estadísticas y econométricas convencionales, bien sea por la inexistencia de la varianza de la distribución, o por no disponer de una expresión explícita para la función de densidad, que imposibilita el utilizar directamente métodos de estimación como el de máxima verosimilitud, por lo que frecuentemente se recurre a procedimientos ad hoc con propiedades desconocidas (por ejemplo, la Teoría del Valor Extremo).

Las metodologías basadas en los valores extremos no intentan estimar un modelo para toda la muestra de rendimientos, sino solo de las pérdidas severas en la cartera. La principal virtud de este tipo de modelización, según Garcia A. (2004) radica en que aúna las ventajas de los métodos no paramétricos, pues recoge las características empíricamente observadas sobre la distribución de los rendimientos de los activos, pero con la ventaja añadida de no ser tan sensible a la aparición de valores extremos esporádicos, y a su vez no plantea los problemas de especificación de los modelos paramétricos. Sus principales inconvenientes se encuentran en la ausencia de dinámicas que recojan la autocorrelación de la volatilidad y la necesidad de una definición adecuada de lo que va a ser considerado como «valor extremo».

Entre los modelos que pretenden modelizar los valores extremos que se presentan a partir de un determinado valor denominado «umbral», es decir, la pérdida que sobrepasa un determinado valor fijado, destaca el llamado Peaks Over the Threshold (POT), que puede ser

utilizado para estimar el exceso de la distribución respecto de un determinado valor, para así estimar la forma de la cola de la distribución original. Dentro de los modelos POT podemos encontrar dos tipos de modelos, uno de ellos es la familia de modelos semiparamétricos construidos alrededor del estimador de Hill, y el otro son los modelos paramétricos basados en la Distribución Generalizada de Pareto (DGP).

La función de excesos medios constituye la primera aproximación a la hora de verificar la hipótesis de DGP en la cola de una distribución y se presenta como una herramienta gráfica de utilidad para la discriminación en las colas.

Dada una muestra ordenada de forma descendente  $X_{1,n} \leq, \dots, X_{k,n} \leq, \dots, X_{n,n}$ , la función empírica de exceso medio viene dada por la siguiente expresión:

$$\hat{e}_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - u)^+}{\sum_{i=1}^n 1_{(X_i > u)}}$$

En el numerador se encuentra la suma de los excesos sobre la prioridad y en el denominador el número de valores que cumplen la condición de ser superiores al umbral, determinándose así la media aritmética de los valores que exceden del umbral  $u$ .

Sin embargo, a efectos prácticos, resulta de interés que los propios datos de la muestra actúen como prioridad, esto es,  $u = X_{k+1}$ . De esta forma la función de exceso medio empírica que resulta será la media aritmética de los  $k$  mayores valores:

$$E_{k,n} = \hat{e}_n(X_{k+1}) = \frac{\sum_{i=1}^k X_i}{k} - X_{k+1}, \quad k=1, \dots, n-1$$

La representación de la función empírica frente a los umbrales da lugar al gráfico empírico de exceso medio, donde la función empírica  $\hat{e}_n(u)$  es la variable dependiente y  $u$  la variable independiente. Las coordenadas de los puntos a representar son:  $(u; \hat{e}_n(u))$ .

En el caso en que  $u = X_{k+1}$ , entonces, el gráfico de exceso medio se representará, o bien frente a  $k$ , es decir, con el par de valores:  $(k; E_{k,n})$  para  $k=1, \dots, n-1$ ; o bien, frente a  $X_{k+1}$  con lo que los puntos tendrán las coordenadas:  $(X_{k+1}; E_{k,n})$  para  $k=1, \dots, n-1$ .

Hay que tener en cuenta, que bajo la primera opción, tomando como variable independiente los valores de  $k$ , a medida que se avanza en el eje de abscisas hacia la derecha, el valor empírico de exceso medio se determina con un mayor número de observaciones y, por tanto, con menor prioridad (a medida que aumenta  $k$ , disminuye la prioridad). Mientras que bajo la segunda opción se representa la función frente a las propias observaciones. En este caso, a medida que se avanza en el eje de abscisas, aumenta la prioridad para determinar el valor empírico de exceso medio. Señalar que ambos gráficos deben tener una apariencia prácticamente simétrica.

Para datos provenientes de una distribución exponencial, la función de exceso medio es constante e independiente del valor  $u$ . El gráfico de exceso medio mostrará, aproximadamente, una línea horizontal. Si provienen de una distribución con cola más débil que la exponencial



(por ejemplo, la distribución de Weibull<sup>3</sup>), la función será decreciente a medida que incremente la prioridad (tendencia descendente). Entonces, una función de exceso medio decreciente indica que la función presenta un punto final por la derecha y, por tanto, los grandes valores sólo juegan un papel minoritario. Por el contrario, si los datos provienen de una distribución con cola más gruesa que la exponencial (por ejemplo, la DGP), la función de exceso medio será creciente a medida que incremente la prioridad (tendencia ascendente), es decir lineal con pendiente positiva y tendente a infinito para valores altos de u.

La función de exceso medio para series de cola gruesa se localiza, así entre la función de exceso medio de una distribución exponencial y la función de exceso medio de la DGP, de este modo la forma de la función de exceso medio proporciona información importante acerca de la naturaleza sub-exponencial o super-exponencial de la cola de la distribución,

DISTRIBUCION DE PROCEDENCIA DE LOS DATOS

Exponencial  
 Distribución de cola gruesa  
 Distribución de cola suave

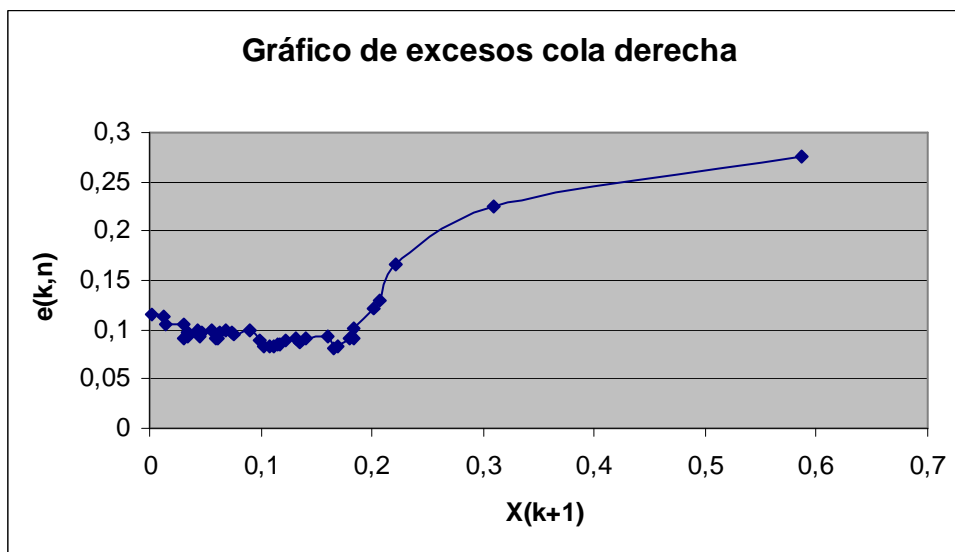
FORMA DE LA FUNCIÓN DE EXCESO MEDIO

Constante e independiente del valor u  
 Lineal con pendiente ascendente o positiva  
 Lineal con pendiente descendente tendente a 0

Fuente: Perez A (2000).

En la serie de rendimientos mensuales (primeras diferencias logarítmicas) de la cotización de VW las fluctuaciones de los valores extremos si tiene relevancia. Las gráficas de excesos para las dos colas de la distribución de rendimientos en VW presentan (figuras nº3 y nº4) la apariencia de colas gruesas:

Figura nº 6



3 La distribución Weibull, es una función de distribución de probabilidad continua con las siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f(x; k, \lambda) = (k/\lambda)(x/\lambda)^{(k-1)} e^{-(x/\lambda)^k}$$

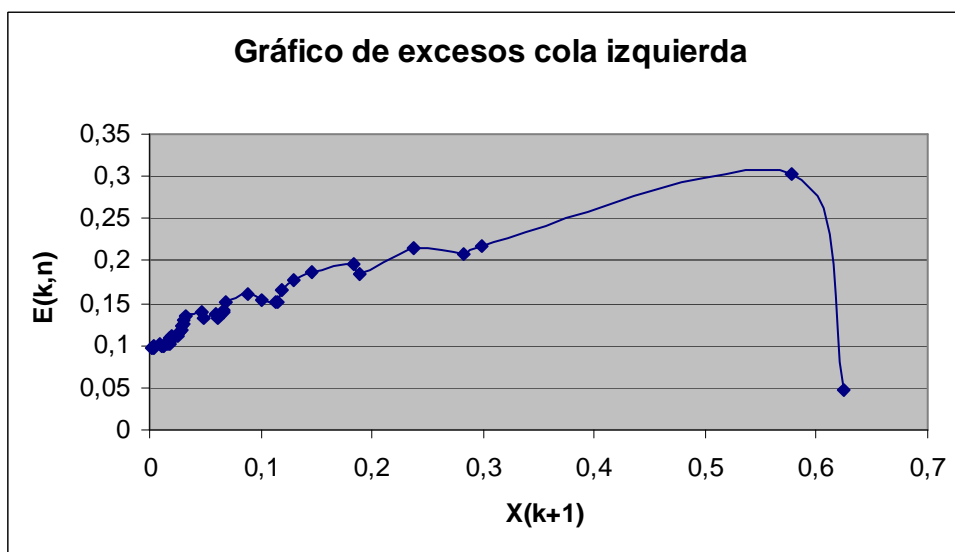
donde  $x \geq 0$ ,  $k > 0$  es el parámetro de forma y  $\lambda > 0$  es el parámetro de escala de la distribución.

La función de densidad queda definida como:

$$F(x; k, \lambda) = 1 - e^{-(x/\lambda)^k}$$

donde  $x > 0$ .

Figura nº7



González C. y Gimeno R. (2006) proponen una aproximación que se basa en la hipótesis de que los valores extremos de la distribución vienen generados por la llegada de noticias que alejan el comportamiento del mercado de lo que sería normal. Esas reacciones anómalas del mercado, mayores en las bajadas y más frecuentes en determinados momentos de tiempo, serían suficientes para explicar las características típicas de las distribuciones de rendimientos financieros. Se comprueba cómo, al separar los rendimientos extremos de los que serían pertenecientes a un comportamiento estable del mercado, estos últimos tienen una distribución con los coeficientes de asimetría y curtosis que cabría esperar de una normal. Para ello siguen los siguientes pasos:

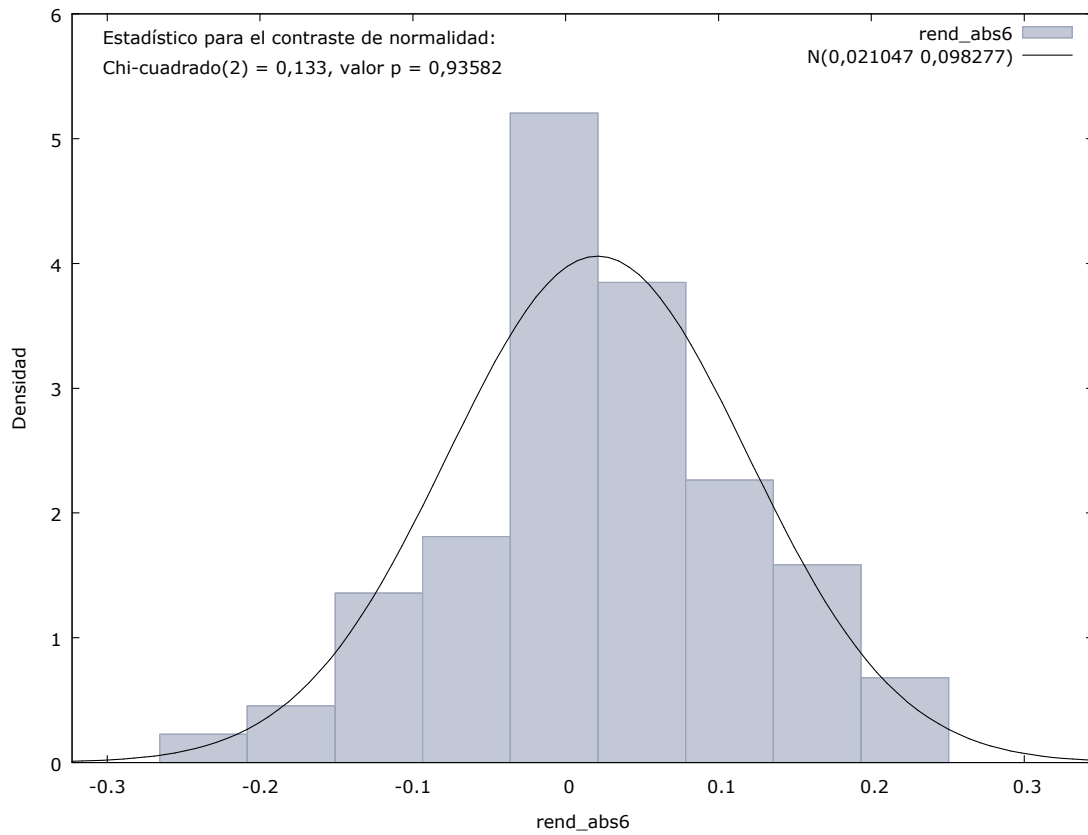
- Obtención de la muestra ordenada de las observaciones de los rendimientos en valor absoluto,  $y_1 \leq y_2 \leq \dots, y_T$ , siendo  $y_i = abs(r_i)$  para todo  $i = 1, \dots, T$ . Una cuantía más alta implica un movimiento fuerte en la cotización, no siendo relevante, en este caso, si se trata de una subida o una bajada de precio.
- Contratación de la normalidad (Jarque-Bera o similar), para el subconjunto  $abs(r_j)$  para todo  $j = s, \dots, T$ .
- Si se rechazase la hipótesis de normalidad, se elimina el rendimiento más alto en valor absoluto ( $y_1$ ) de la muestra y se vuelve a empezar.

La serie del IBEX analizada presentaba para toda la muestra un estadístico de Jarque-Bera del 16,21, y en la submuestra sin valores extremos un 0,09, asociado a un valor p de 0,96. Eliminaron entonces un 1,5% de las observaciones de la muestra.

La serie de rendimientos mensuales de la cotización de VW supera los test de normalidad al eliminar los 6 rendimientos de mayor valor absoluto; estos serían los correspondientes a los siguientes meses

año	mes	VW	abs
2009	8	-0,62481522	0,62481522
2008	10	0,58595051	0,58595051
2008	11	-0,57764012	0,57764012
2008	9	0,30953709	0,30953709
2009	11	-0,29956244	0,29956244
2009	2	-0,28281653	0,28281653

Figura nº8. Distribución de los rendimientos mensuales de la cotización VW con apariencia de normalidad



### Análisis del espectro de la serie de rendimientos medios

Dado que las seis observaciones correspondientes a los meses 9,10 y 11 del 2008, y la de los meses 2,8 y 11 del 2009 son las causantes de la no normalidad de los rendimientos medios mensuales, vamos a sustituirlas por su valor tendencial, calculado este a partir de una tendencia cuadrática:  $X_t = a + bt + ct^2$ .

Disponemos entonces de dos tipos de series una serie en donde estaría recogidos los rendimientos extremos y por tanto especulativos (figura nº9), y otra serie en donde recogemos los rendimientos que obedecen a las reglas del azar gaussiano (figura nº10),

Figura nº9

Rendimientos especulativos en la serie de rendimientos mensuales de VW.

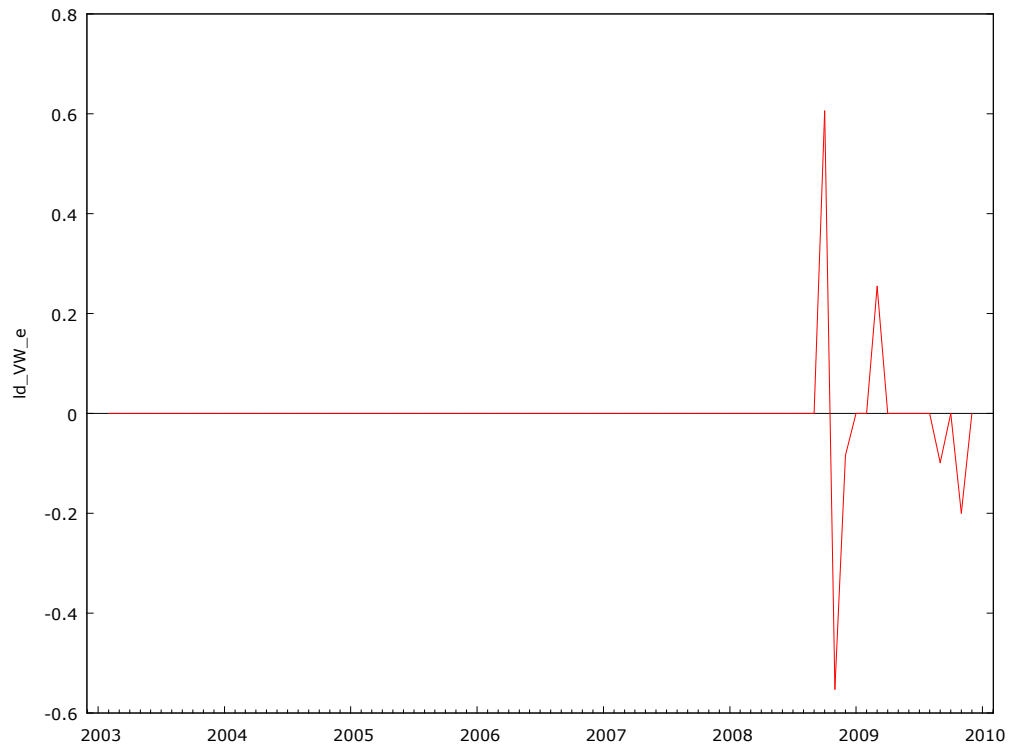
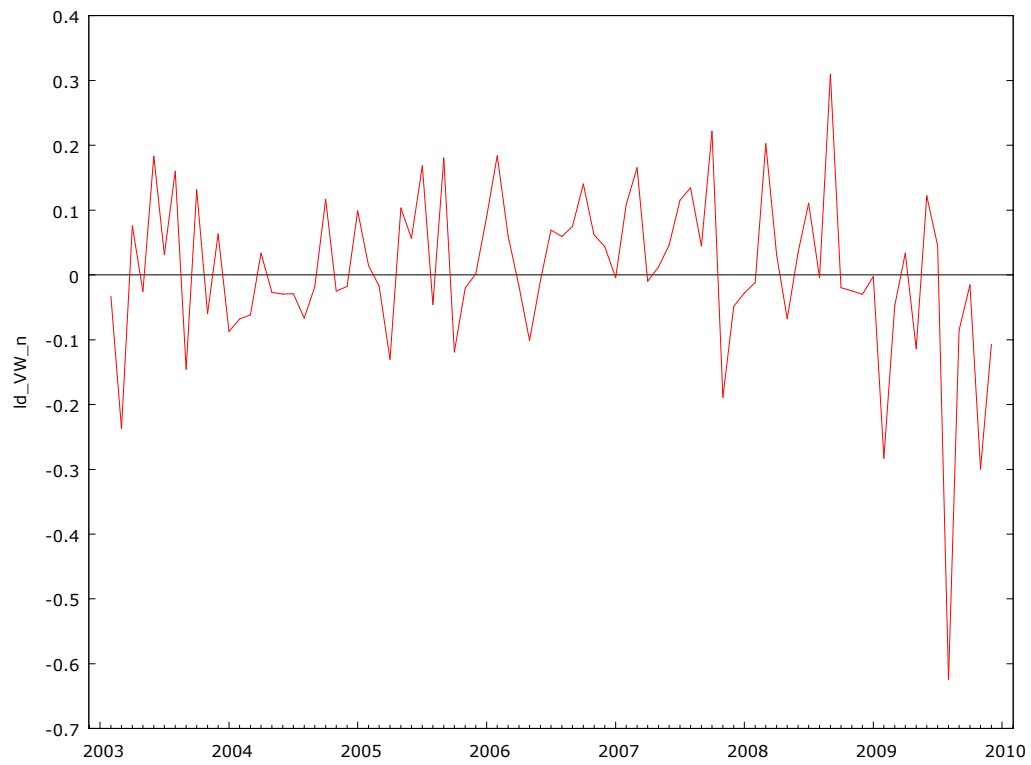


Figura nº10

Rendimientos normales en la serie de cotización VW,



Obtenemos los periodogramas (tabla nº3 y tabla nº4) de ambas series y representamos los espectros (figura nº11 y nº12).

Tabla nº 3

Periodograma de la serie de movimientos especulativos  
de los rendimientos mensuales de CV

Número de observaciones = 83

Contraste GPH de integración fraccional (m = 13)

Orden de integración estimado = -0,487886 (0,0859853)

Estadístico de contraste:  $t(11) = -5,67407$ , con valor p 0,0001

Estimador local de Whittle (m = 13)

Orden de integración estimado = -0,479931 (0,138675)

Estadístico de contraste:  $z = -3,46084$ , con valor p 0,0005

omega	frecuencia escalada	periodos	densidad espectral
0,0757	1	83	0,00008
0,1514	2	41,5	0,00021
0,2271	3	27,67	0,00027
0,3028	4	20,75	0,00021
0,3785	5	16,6	0,00013
0,4542	6	13,83	0,0002
0,5299	7	11,86	0,00047
0,6056	8	10,38	0,00078
0,6813	9	9,22	0,00094
0,757	10	8,3	0,00084
0,8327	11	7,55	0,00067
0,9084	12	6,92	0,0007
0,9841	13	6,38	0,00112
1,0598	14	5,93	0,00176
1,1355	15	5,53	0,00226
1,2112	16	5,19	0,0023
1,2869	17	4,88	0,0019
1,3626	18	4,61	0,00137
1,4383	19	4,37	0,00107
1,514	20	4,15	0,0011
1,5897	21	3,95	0,00125
1,6654	22	3,77	0,00122
1,7411	23	3,61	0,00095
1,8168	24	3,46	0,0007
1,8925	25	3,32	0,00083

1,9682	26	3,19	0,00147
2,0439	27	3,07	0,00229
2,1196	28	2,96	0,0028
2,1953	29	2,86	0,00273
2,271	30	2,77	0,00231
2,3467	31	2,68	0,0021
2,4224	32	2,59	0,00254
2,4981	33	2,52	0,0035
2,5738	34	2,44	0,00433
2,6495	35	2,37	0,00435
2,7252	36	2,31	0,0034
2,8009	37	2,24	0,00202
2,8766	38	2,18	0,00105
2,9523	39	2,13	0,001
3,028	40	2,08	0,00166
3,1037	41	2,02	0,0023

Tabla nº 4

Periodograma de la serie de rendimientos normales de los rendimientos mensuales de VW.

Número de observaciones = 83

Contraste GPH de integración fraccional (m = 13)

Orden de integración estimado = 0,246029 (0,16412)

Estadístico de contraste:  $t(11) = 1,49909$ , con valor p 0,1620

Estimador local de Whittle (m = 13)

Orden de integración estimado = 0,16915 (0,138675)

Estadístico de contraste:  $z = 1,21976$ , con valor p 0,2226

omega	frecuencia escalada	periodos	densidad espectral
0,0757	1	83	0,01105
0,1514	2	41,5	0,00276
0,2271	3	27,67	0,00252
0,3028	4	20,75	0,00615
0,3785	5	16,6	0,00132
0,4542	6	13,83	0,00076
0,5299	7	11,86	0,00228
0,6056	8	10,38	0,0024
0,6813	9	9,22	0,00054
0,757	10	8,3	0,00096

0,8327	11	7,55	0,00331
0,9084	12	6,92	0,00172
0,9841	13	6,38	0,00835
1,0598	14	5,93	0,00009
1,1355	15	5,53	0,00159
1,2112	16	5,19	0,00297
1,2869	17	4,88	0,00042
1,3626	18	4,61	0,00048
1,4383	19	4,37	0,00235
1,514	20	4,15	0,00029
1,5897	21	3,95	0,00226
1,6654	22	3,77	0,00061
1,7411	23	3,61	0,00036
1,8168	24	3,46	0,00182
1,8925	25	3,32	0,00242
1,9682	26	3,19	0,00262
2,0439	27	3,07	0,00709
2,1196	28	2,96	0,01007
2,1953	29	2,86	0,00434
2,271	30	2,77	0,00009
2,3467	31	2,68	0,00105
2,4224	32	2,59	0,00303
2,4981	33	2,52	0,00198
2,5738	34	2,44	0,00007
2,6495	35	2,37	0,00115
2,7252	36	2,31	0,00078
2,8009	37	2,24	0,0031
2,8766	38	2,18	0,00081
2,9523	39	2,13	0,0016
3,028	40	2,08	0,00608
3,1037	41	2,02	0,00398

Figura nº13  
 Espectro de la serie de rendimientos especulativos de los rendimientos medios de VW.  
 Espectro de Id\_VW\_e

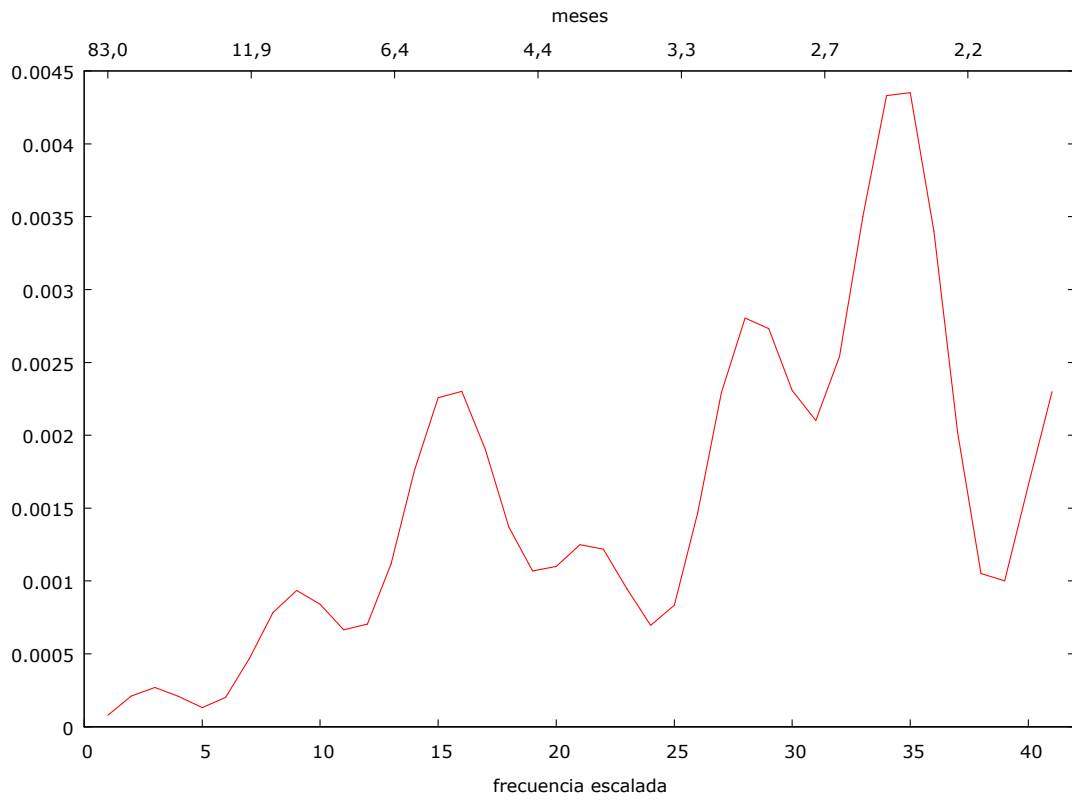
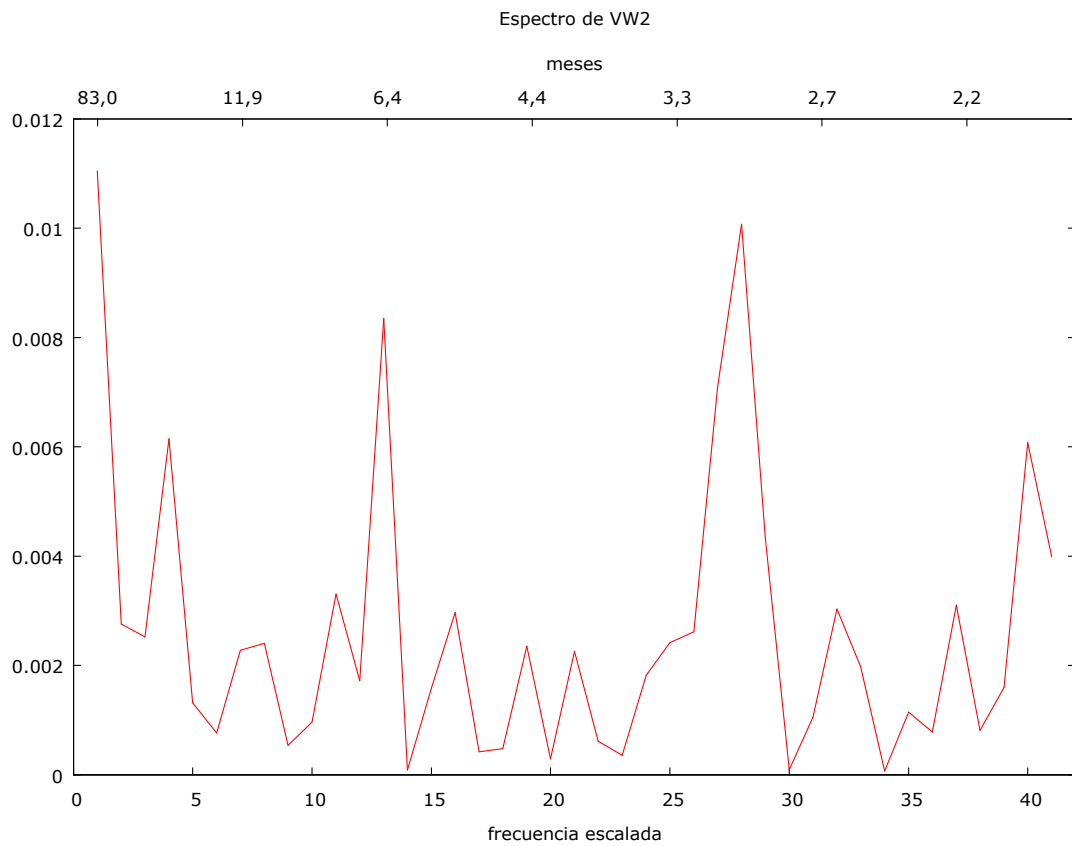


Figura nº14.  
 Espectro de la serie de rendimientos normales de los rendimientos medios de VW.



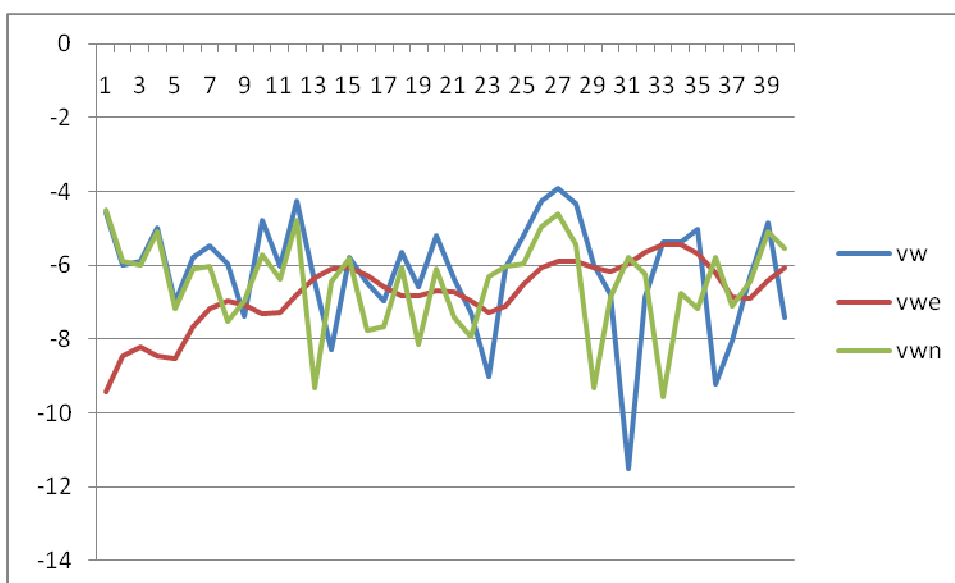


Destacar que la prueba GPH afirma de la existencia de memoria larga en la serie de rendimientos especulativos (Tabla nº3).

La representación del espectro de la serie de rendimientos normales se acerca como se puede apreciar mucho mejor al espectro de los rendimientos medios que la representación del espectro de los movimientos especulativos, por la representación logarítmica de los tres espectros se puede comprobar dicha proximidad (figura nº15).

Figura nº 15.

Representación logarítmica del espectro de las series de rendimientos medios



Al igual que ocurre con el estimador GPH, se puede testear la significación de la serie de rendimientos especulativos en un modelo de regresión para el logaritmo del periodograma:

$$\ln[I_T(\lambda_j)] \cong a \ln[I_T(\lambda_j^n)] + b \ln[I_T(\lambda_j^e)] + \varepsilon_j \quad (1)$$

Pudiendo realizarse el clásico contraste de significación de la t de Student sobre los parámetros a y b.

Los resultados obtenidos en la estimación mínimo cuadrática de (1) para la que se ha obtenido un R2 de 0,9447, serían:

	$vw^n$	$vw^e$
coeficiente	0,55661877	0,37721485
t	3,83813348	2,70802835

El estadístico t de student sobre los coeficientes muestra que la significación del coeficiente a asociado al periodograma de los rendimientos normales y especulativos está fuera de toda duda. Si bien de sus resultados se desprende la mayor influencia del conjunto de rendimientos normales sobre las serie elaborada con los valores extremos.

### Análisis de la serie de primeras diferencias

La serie de diferencias en la cotización mensual da como resultado una distribución normal de las diferencias cuando se eliminan los 18 cotizaciones más elevadas en valor absoluto. No obstante, se comprueba que las cinco primeras diferencias absolutas mayores dan lugar al más del 50 % de la diferencia absoluta acumulada total. Estas cotizaciones se originan lógicamente en los mismos meses en que obtuvimos los excesos de la serie de rendimientos mensuales, exceptuando la correspondiente a noviembre del 2009, que figura en la posición 11.

año	mes	CW	CW(abs)	Acumulado	%
2008	10	221,49	221,49	221,49	17,07%
2008	11	-219,17	219,17	440,66	33,97%
2009	8	-117,21	117,21	557,87	43,00%
2008	9	74,01	74,01	631,88	48,71%
2009	2	-61,45	61,45	693,33	53,44%

Ahora se va a descomponer la serie de diferencias en la cotización en dos series una con los valores que recogen el 50% de la variación total (figura nº16) y otra con la serie que recoge el resto de diferencias en la cotización (figura nº17).

Figura nº16. Diferencias de cotizaciones que acumulan más del 50% de la diferencia acumulada.

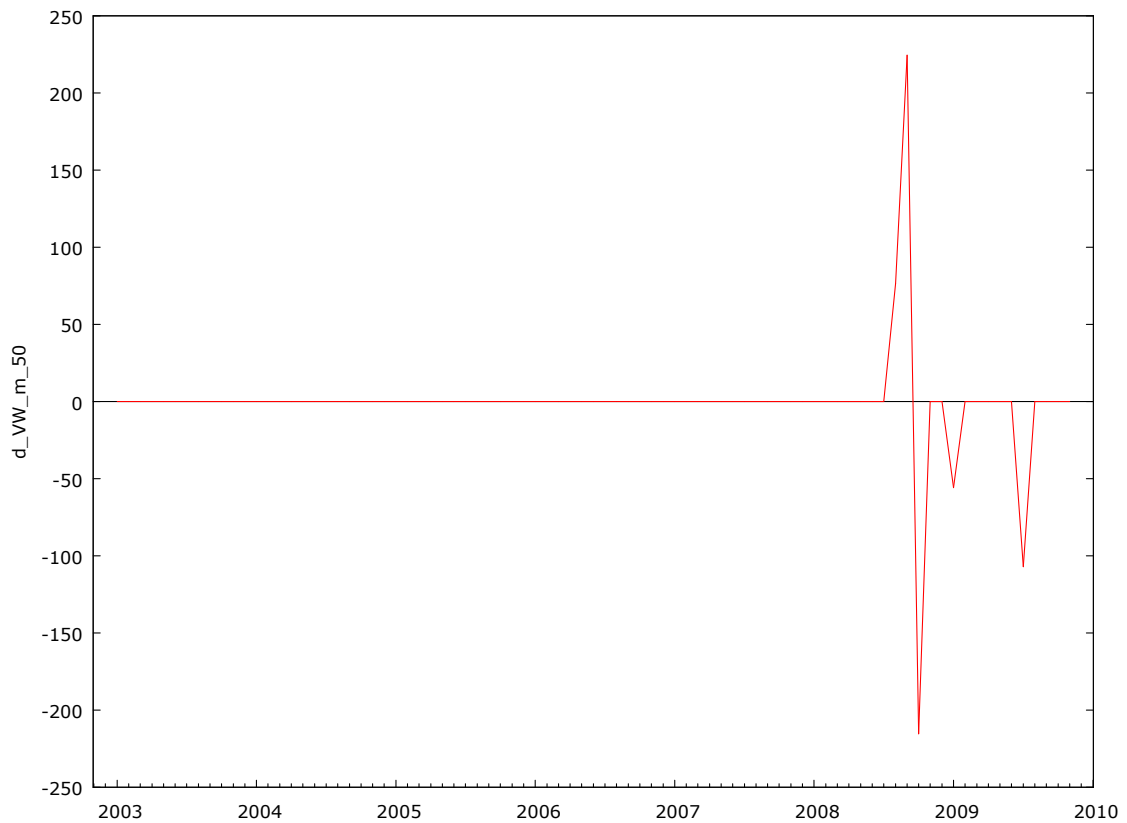
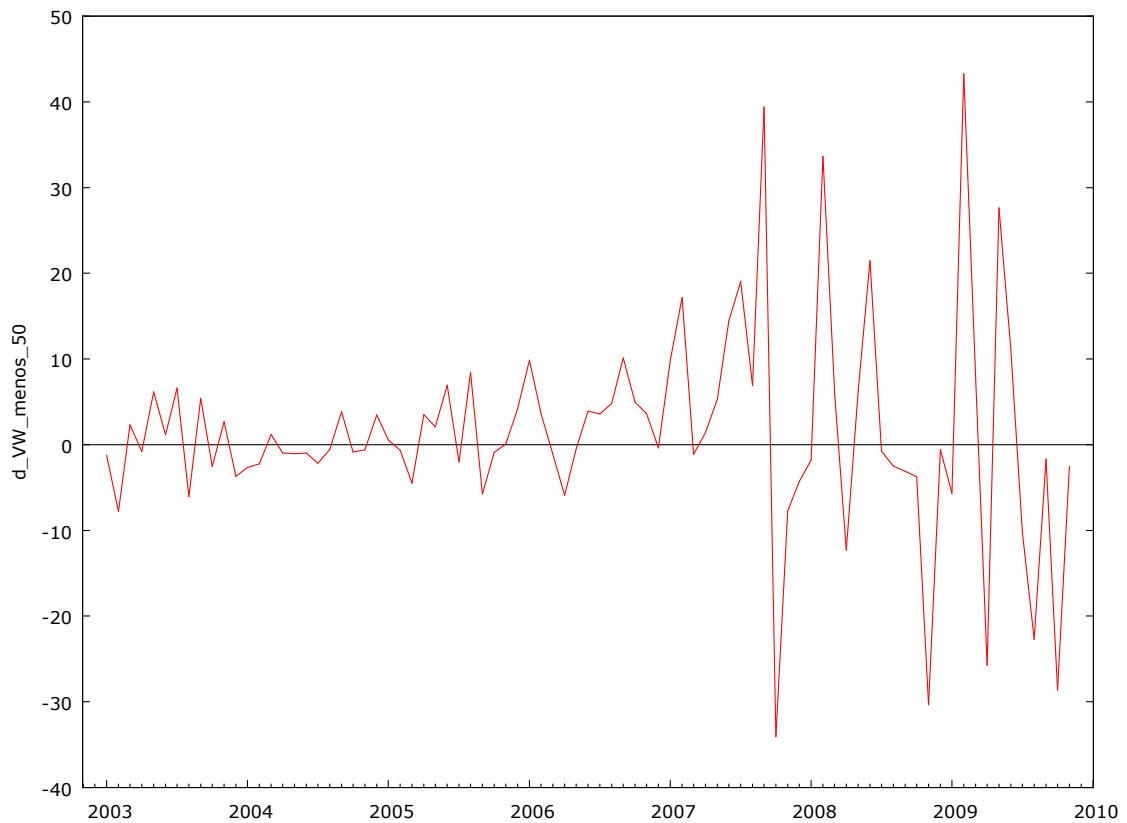


Figura nº17. Diferencias de cotizaciones que acumulan menos del 50% de la diferencia acumulada.



Obtenemos los periodogramas (tabla nº5 y tabla nº6) de ambas series y representamos los espectros (figura nº18 y nº19).

Tabla nº 3

Periodograma de la serie de diferencias en la cotización que acumulan más del 50% de las diferencias absolutas

Número de observaciones = 83

Contraste GPH de integración fraccional (m = 13)

Orden de integración estimado = -0,349059 (0,114941)

Estadístico de contraste:  $t(11) = -3,03685$ , con valor p 0,0113

Estimador local de Whittle (m = 13)

Orden de integración estimado = -0,365978 (0,138675)

Estadístico de contraste:  $z = -2,6391$ , con valor p 0,0083

omega	frecuencia escalada	periodos	densidad espectral
0,0757	1	83	44,83785
0,1514	2	41,5	10,16412
0,2271	3	27,67	0,2009
0,3028	4	20,75	11,94866
0,3785	5	16,6	6,87724

0,4542	6	13,83	25,22908
0,5299	7	11,86	47,09609
0,6056	8	10,38	54,88364
0,6813	9	9,22	24,15636
0,757	10	8,3	1,93666
0,8327	11	7,55	3,86913
0,9084	12	6,92	5,19092
0,9841	13	6,38	39,93278
1,0598	14	5,93	55,40165
1,1355	15	5,53	34,9781
1,2112	16	5,19	19,7669
1,2869	17	4,88	1,29822
1,3626	18	4,61	12,29609
1,4383	19	4,37	12,45376
1,514	20	4,15	57,14791
1,5897	21	3,95	49,5961
1,6654	22	3,77	21,78232
1,7411	23	3,61	12,80043
1,8168	24	3,46	26,63482
1,8925	25	3,32	5,49091
1,9682	26	3,19	5,12482
2,0439	27	3,07	46,40261
2,1196	28	2,96	68,59737
2,1953	29	2,86	30,50149
2,271	30	2,77	1,86961
2,3467	31	2,68	4,31597
2,4224	32	2,59	15,14482
2,4981	33	2,52	40,81923
2,5738	34	2,44	40,12311
2,6495	35	2,37	13,56625
2,7252	36	2,31	1,37876
2,8009	37	2,24	42,79146
2,8766	38	2,18	46,49106
2,9523	39	2,13	25,74984
3,028	40	2,08	5,76052
3,1037	41	2,02	0,29242

Tabla nº 4

Periodograma de la serie de diferencias en la cotización  
que acumulan menos del 50% de las diferencias absolutas

Número de observaciones = 83

Contraste GPH de integración fraccional (m = 13)

Orden de integración estimado = -0,0222784 (0,318888)

Estadístico de contraste: t(11) = -0,0698628, con valor p 0,9456

Estimador local de Whittle (m = 13)

Orden de integración estimado = 0,0301735 (0,138675)

Estadístico de contraste: z = 0,217584, con valor p 0,8278

omega	frecuencia escalada	periodos	densidad espectral
0,0757	1	83	44,83785
0,1514	2	41,5	10,16412
0,2271	3	27,67	0,2009
0,3028	4	20,75	11,94866
0,3785	5	16,6	6,87724
0,4542	6	13,83	25,22908
0,5299	7	11,86	47,09609
0,6056	8	10,38	54,88364
0,6813	9	9,22	24,15636
0,757	10	8,3	1,93666
0,8327	11	7,55	3,86913
0,9084	12	6,92	5,19092
0,9841	13	6,38	39,93278
1,0598	14	5,93	55,40165
1,1355	15	5,53	34,9781
1,2112	16	5,19	19,7669
1,2869	17	4,88	1,29822
1,3626	18	4,61	12,29609
1,4383	19	4,37	12,45376
1,514	20	4,15	57,14791
1,5897	21	3,95	49,5961
1,6654	22	3,77	21,78232
1,7411	23	3,61	12,80043
1,8168	24	3,46	26,63482
1,8925	25	3,32	5,49091
1,9682	26	3,19	5,12482
2,0439	27	3,07	46,40261
2,1196	28	2,96	68,59737
2,1953	29	2,86	30,50149
2,271	30	2,77	1,86961
2,3467	31	2,68	4,31597
2,4224	32	2,59	15,14482

2,4981	33	2,52	40,81923
2,5738	34	2,44	40,12311
2,6495	35	2,37	13,56625
2,7252	36	2,31	1,37876
2,8009	37	2,24	42,79146
2,8766	38	2,18	46,49106
2,9523	39	2,13	25,74984
3,028	40	2,08	5,76052
3,1037	41	2,02	0,29242

Figura nº18

Espectro de las diferencias de cotizaciones que acumulan más del 50% de la variación absoluta.

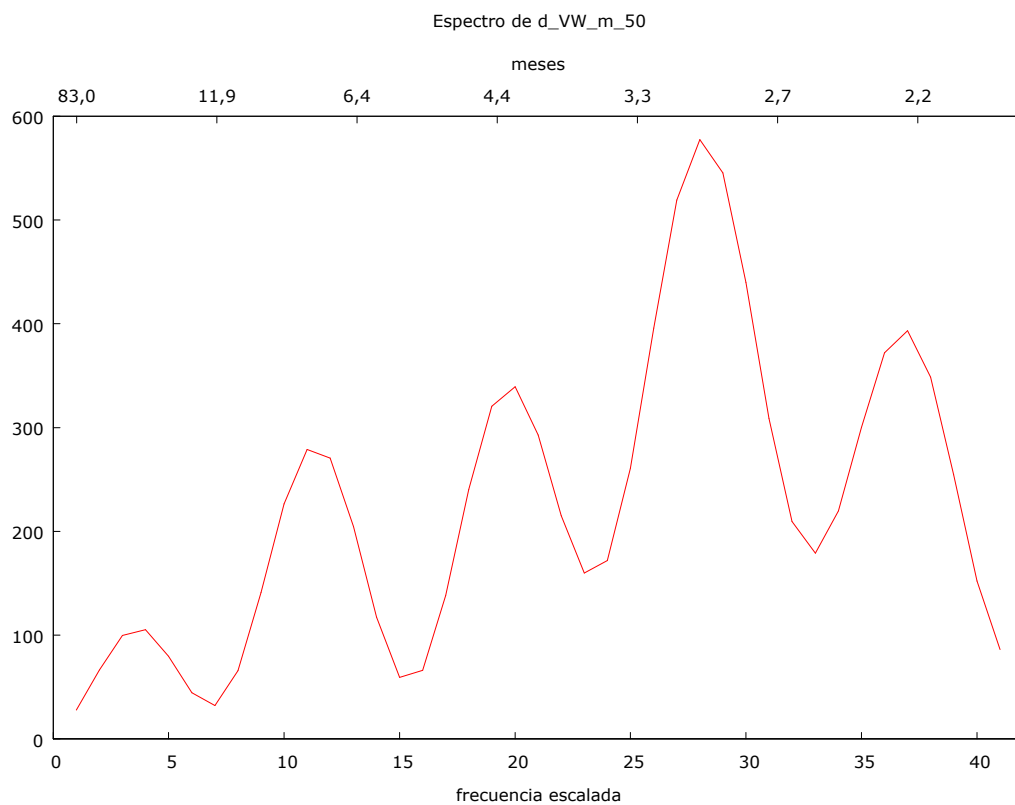
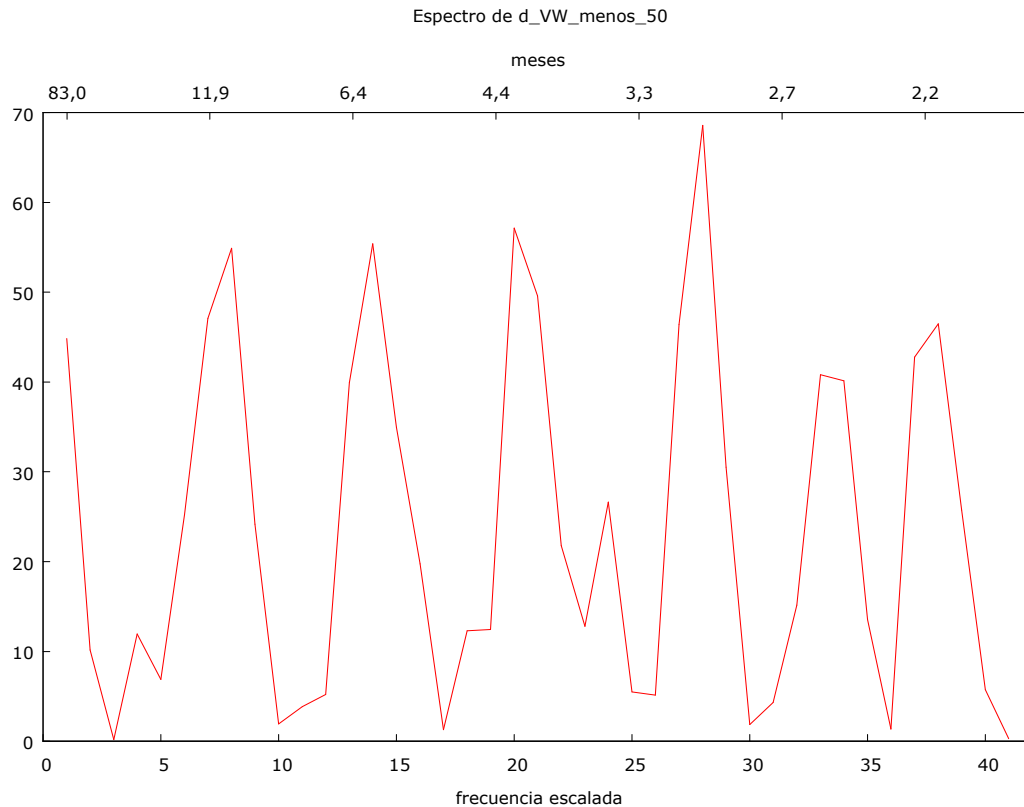


Figura nº19.

Espectro de las diferencias de cotizaciones que acumulan más del 50% de la variación absoluta.

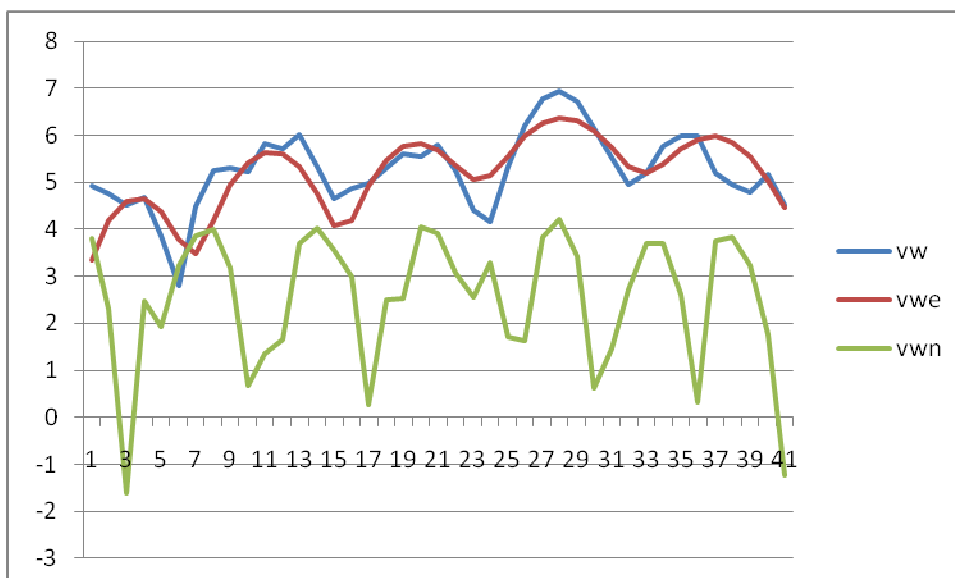


Destacar que, que al igual que ocurría con la serie de rendimientos mensuales especulativos, la prueba GPH también afirma de la existencia de memoria larga en las diferencias que acumulan el 50% de la diferencia absoluta (Tabla nº4).

En la figura nº20 se aprecia que la representación logarítmica del espectro de la serie de cotizaciones que acumulan más del 50% domina el periodograma de toda la serie de cambios mensuales en la cotización VW.

Figura nº 29

Representación logarítmica del espectro de las series de diferencias de cotizaciones.



Los resultados obtenidos en la estimación mínimo cuadrática de (1) para la que se ha obtenido un R2 de 0,9896, confirman la influencia dominante del periodograma de los valores más extremos:

	$vW^{<50}$	$vW^{>50}$
coeficiente	0,09766313	0,961578
t	1,65267498	29,2193996

## Conclusiones

Se han analizado las cotizaciones de VW en un periodo en donde la presencia de movimientos especulativos en la cotización de la acción estaba documentada, se comprobó que tal y como se presupone a estas series financieras dominadas por procesos de azar no gaussiano se obtienen distribuciones de rendimientos leptocurticas; si bien aunque el test GPH que persigue identificar procesos de memoria larga en el periodograma de la serie no ofreció los resultados esperados, y dada la evidencia de colas gruesas en sus valores extremos, se ha realizado una nueva prueba sobre el periodograma que consiste en:

- Eliminar los valores extremos hasta obtener una serie de rendimientos mensuales en primeras diferencias logarítmicas que cumpla los test de normalidad habituales.
- Dividir la serie en dos componenetes uno con los valores extremos y otra con los valores normales
- Obtener los periodogramas de ambas series y realizar a cada una de ellas la prueba GPH, comprobando que la serie de valores extremos guarda procesos de memoria larga.
- Regresar el periodograma de la serie de rendimientos medios sobre ambos periodogramas y realizar un test sobre los coeficientes obtenidos por MCO que descarte la posibilidad de que el valor del periodograma obtenido con los valores extremos sea cero.

Con este procedimiento se ha comprobado que los movimientos especulativos si influyen en la dinámica de la serie de cotizaciones WW; finalmente se ha realizado un ejercicio similar en la serie de primeras diferencias pero obteniendo la serie de valores extremos a partir de aquellas cotizaciones que recogen más del 50% de la variación absoluta acumulada. En este caso se comprueba con mayor nitidez como los procesos especulativos dominan el espectro de la serie.

## Bibliografía

### Bibliografía

AGIAKLOGLOU, C., P. NEWBOLD y M. WO HAR (1993). "Bias in an estimator of the fractional difference parameter". *Journal of Time Series Analysis*, 14, 235-246.

BAILLIE, R.T. y T. BOLLERSLEV (1994). "The long memory property of forward premium". *Journal of International Money and Finance*, 13, 565-571.

BEIRLANT, J.; TEUGELS, J.L.; VYNCKIER, P.; (1996): *Practical Analysis of Extreme Values*; Leuven University Press. Leuven.

BOUCHAUD J.P. Y WALTER C. (1996), "Los mercados aleatorios", *El azar*, abril de 1996, 92-95.

COTTRELL A. Y LUCCHETTI R. (2008): "Gretl Users Guide. Gnu Regression, Econometrics and Time-series". <http://gretl.sourceforge.net/>

CHEUNG, Y.W. (1993). "Long memory in foreign-exchange rates". *Journal of Business and Economic Statistics*, 11, 93-101.



FAMA, E. (1965) : "The Behavior of Stock Market Prices". Journal of Business. Vol 38. January 1965. 34-105.

FAMA, E. (1963): "Mandelbrot and The Stable Paretian Hypothesis". Journal of Business. Vol 36. October 1963. 420-429.

GARCIA A. (2004): "La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador". Estabilidad Financiera, nº 11. <http://www.actuarios.org/espa/anales/2004/art%2027-53.pdf>

GONZALEZ C. Y GIMENO R. (2006): "Evaluación de las metodologías para medir el valor en riesgo". Banco de España. [http://www.bde.es/informes/be/estfin/completo/estfin03\\_06.pdf](http://www.bde.es/informes/be/estfin/completo/estfin03_06.pdf)

GEWEKE, J. y S. PORTER-HUDAK (1983). "Estimation and application of long memory time series models". Journal of Time Series Analysis, 4, 221-238.

GRANGER, C.W.J. (1966). "The typical spectral shape of an economic variable". Econometrica, 34,150-161.

HILL, B. (1975). «A simple general approach to inference about the tail of a distribution», The Annals of Statistics, vol. 3, pp. 1163-1174.

JARQUE, C. M., y A. K. BERA (1980). «Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals», Economics Letters, vol. 6, pp. 255-259.

MANDELBROT B. (1963) : "The Variation of Certain Speculative Prices", Journal Bussines, October 36 . 394-419.

MANDELBROT B. (1996): "Del azar benigno al azar salvaje", Investigación y Ciencia , junio: 14-21.

MANDELBROT, B. (1973): "Nouvelles formes de hasard dans les sciences", Economie appliquée, 36(2): 307-319.

LO, A.W. (1991). Long-term memory in stock market prices". Econometrica, 59, 1279-1313.

ORLÉAN, A.(1990); "Le rôle des influences interpersonnelles dans la détermination des cours Revue économique boursiers", 41(5): 839-68.

ORLEÁNS A. (2005): "El carácter convencional de la evaluación financiera". Odeon, n ° 2. [http://www.uexternado.edu.co/finanzas\\_gob/cipe/odeon/odeon\\_2005/%201.pdf](http://www.uexternado.edu.co/finanzas_gob/cipe/odeon/odeon_2005/%201.pdf)

RUIZ F.J. (1993), Revista Española de Financiación y Contabilidad, Vol XXIII, nº 74. Enero-marzo 1993, 177-186.

SHARPE, W.F. (1970): Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. Journal of Finance, 19. pp 425-442.