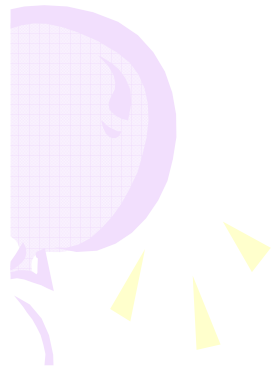
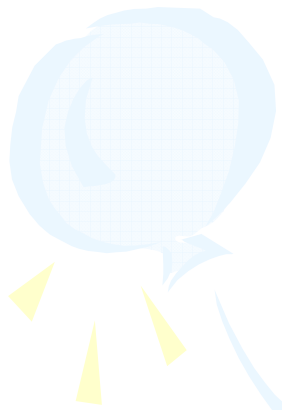




Econometría

Estabilidad paramétrica





Test de Chow

- Partimos de una muestra de "n" observaciones que se puede partir e dos muestras de n_1 y n_2 observaciones.

- Ecuación de regresión de la muestra completa

$$y = X \beta + u$$

(nx1) (nxk) (kx1) (nx1)

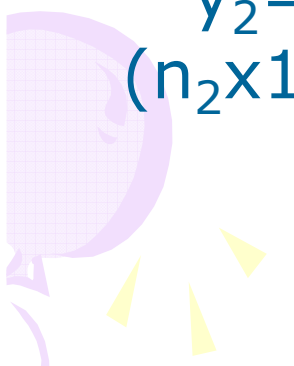
- Ecuación de regresión en cada submuestra

$$y_1 = X_1 \beta_1 + u_1$$

($n_1 \times 1$) ($n_1 \times k$) ($k \times 1$) ($n_1 \times 1$)


$$y_2 = X_2 \beta_2 + u_2$$

($n_2 \times 1$) ($n_2 \times k$) ($k \times 1$) ($n_2 \times 1$)





Test de Chow

- Estimar la ecuación de la muestra completa y calcular $SRC_{CR} = \hat{u}'\hat{u}$ y $GL_{CR} = n - k$
 - Estimar la ecuación de regresión de cada una de las submuestras y calcular $SRC_{SR} = \hat{e}_1'\hat{e}_1 + \hat{e}_2'\hat{e}_2$ y $GL_{SR} = n - 2k$
 - Calcular el estadístico $F = \frac{[\hat{u}'\hat{u} - (\hat{e}_1'\hat{e}_1 + \hat{e}_2'\hat{e}_2)]/k}{(\hat{e}_1'\hat{e}_1 + \hat{e}_2'\hat{e}_2)/(n - 2k)}$
 - Rechazar la H_0 de estabilidad paramétrica cuando $F > c$, en donde c es el valor crítico obtenido en las tablas para el α deseado
- 

Ejemplo Test Chow

Viajeros, pernoctaciones y estancia media. Año 2003							
Datos por comunidades autónomas y provincias							
	Empleo (en miles)	Número de viajes	Estancia media \hat{y}	\hat{u}	Y^2	\hat{u}^2	
Andalucía	28,4	11.902,5	3,1	26,200009	2,193	806,162449	4,80920944
Aragón	3,6	1.848,0	2,1	3,57850652	-0,003	12,78718	6,7074E-06
Asturias (Prin	2,4	1.088,2	2,3	2,55963971	-0,146	5,82699367	0,0212352
Balears (Illes)	25,9	6.716,0	7,2	27,043667	-1,108	672,654483	1,22784931
Canarias	27,2	4.875,7	7,8	24,9727579	2,195	738,068528	4,81652697
Cantabria	2,0	933,8	2,4	2,53943374	-0,508	4,12699225	0,25799668
Castilla y Leó	6,2	3.647,6	1,7	6,17463151	0,044	38,675961	0,00196856
Castilla-La M.	2,8	1.805,1	1,7	2,40388141	0,424	7,997584	0,17987658
Cataluña	23,5	10.771,7	3,4	24,8162234	-1,325	551,830996	1,75599619
Comunidad V	13,4	5.579,7	3,9	15,7720439	-2,406	178,643273	5,79025017
Extremadura	2,2	1.000,7	1,7	0,90253329	1,315	4,91878469	1,73001421
Galicia	6,3	3.040,5	2,1	6,0292999	0,290	39,9276547	0,08382961
Madrid (Comu	10,7	5.748,9	2,1	11,420714	-0,687	115,202656	0,47260679
Murcia (Regió	2,0	882,5	3,0	4,06715219	-2,034	4,13342784	4,13743613
Navarra (Com	1,1	557,7	2,0	0,66076118	0,432	1,19428469	0,18668635
País Vasco	3,2	1.540,6	1,9	2,49124626	0,703	10,2005714	0,49362859
Rioja (La)	0,7	446,2	1,8	0,12058244	0,622	0,55093506	0,38647056
	161,8	62.385,5	50,3	161,8	0,0	3.192,9	26,4

Primera submuestra

Viajeros, pernoctaciones y estancia media. Año 2003								
Datos por comunidades autónomas y provincias								
	Empleo (en miles)	Número de viajes	Estancia media \hat{y}		\hat{e}_1	Y^2	\hat{e}_1^2	
Cataluña	23,5	10.771,7	3,4	23,1042492	0,387	551,830996	0,14964063	
Comunidad V	13,4	5.579,7	3,9	12,2163496	1,149	178,643273	1,32112137	
Extremadura	2,2	1.000,7	1,7	2,2232068	-0,005	4,91878469	2,8874E-05	
Galicia	6,3	3.040,5	2,1	6,59001618	-0,271	39,9276547	0,07354013	
Madrid (Comu	10,7	5.748,9	2,1	12,3077616	-1,575	115,202656	2,47908692	
Murcia (Regi	2,0	882,5	3,0	2,16633276	-0,133	4,13342784	0,01775541	
Navarra (Com	1,1	557,7	2,0	1,32417036	-0,231	1,19428469	0,05351682	
País Vasco	3,2	1.540,6	1,9	3,39205882	-0,198	10,2005714	0,03929334	
Rioja (La)	0,7	446,2	1,8	1,07089999	-0,329	0,55093506	0,10801081	
	63,2	29.568,6	22,0	64,4	-1,2	906,6	4,2	

Segunda submuestra

Viajeros, pernoctaciones y estancia media. Año 2003							
Datos por comunidades autónomas y provincias							
	Empleo (en miles)	Número de viajes	Estancia media \hat{y}		\hat{e}_2	Y^2	\hat{e}_2^2
Andalucía	28,4	11.902,5	3,1	27,542129	0,851	806,162449	0,72398141
Aragón	3,6	1.848,0	2,1	6,48750019	-2,912	12,78718	8,4773186
Asturias (Prin	2,4	1.088,2	2,3	5,40689872	-2,993	5,82699367	8,95794159
Balears (Illes)	25,9	6.716,0	7,2	25,9301628	0,005	672,654483	2,9382E-05
Canarias	27,2	4.875,7	7,8	23,6062397	3,561	738,068528	12,6819817
Cantabria	2,0	933,8	2,4	5,3254469	-3,294	4,12699225	10,8500862
Castilla y Leó	6,2	3.647,6	1,7	9,18216281	-2,963	38,675961	8,78033384
Castilla-La M	2,8	1.805,1	1,7	5,60080987	-2,773	7,997584	7,68847459
	98,6	32.816,9	28,3	109,1	-10,5	2.286,3	58,2

Estadístico y prueba

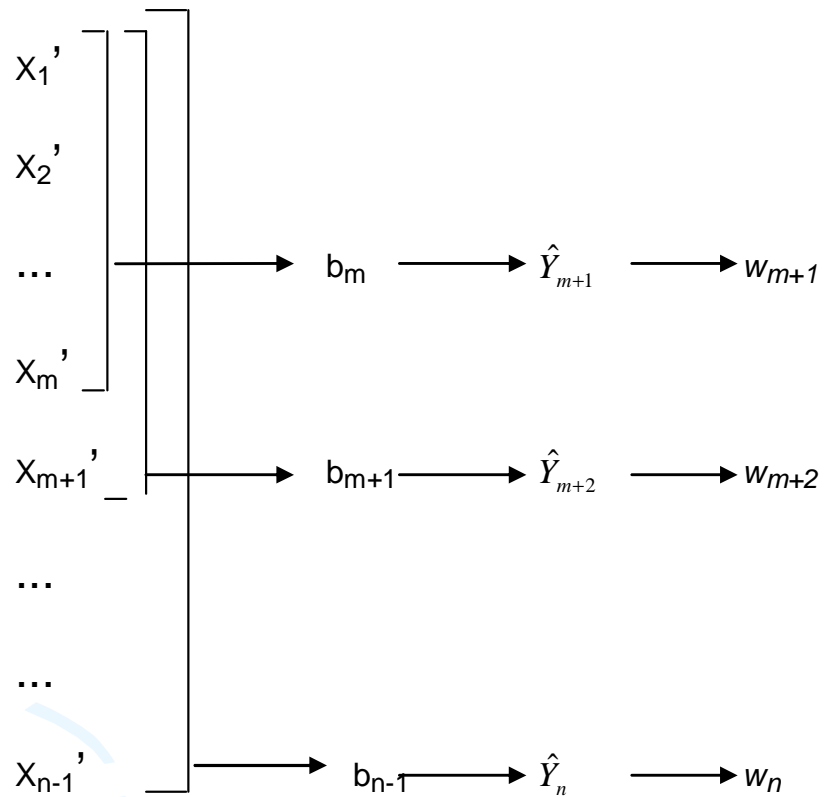
	SCR		
Modelo	26,3515881		
Primera subn	4,24199431		
Segunda sub	58,1601473		
SCR _{CR}	26,3515881		
GL _{CR}	14		
SCR _{SR}	62,4021416		
GL _{SR}	11		
ESTADISTICO			
$F = \frac{[\hat{u}'\hat{u} - (e_1'e_1 + e_2'e_2)]/k}{(e_1'e_1 + e_2'e_2)/(n-2)k}$			
F=	2,11828248		
F _(3,11) =	3,59		
Probabilidad	0,15591821		
		alpha	
F _(3,11) =	1,58	0,25	
	2,66	0,1	
	3,59	0,05	
	6,62	0,01	
Rechazamos la hipótesis de estabilidad paramétrica cuando F>3,59			
Admitimos la hipótesis de estabilidad paramétrica cuando F<3,59			

Mínimos cuadrados recursivos

- Es similar a la estimación por MCO pero realizada ésta de un modo recursivo, es decir, aumentando el tamaño de la muestra de modo paulatino.
- Elegimos una muestra de tamaño m , el estimador que se obtiene es,
$$\hat{\beta}_m = (X_m' X_m)^{-1} X_m' Y_m$$
- Una vez estimados los parámetros del modelo con las m primeras observaciones, se realiza una predicción para la observación $m+1$ de la variable endógena, con el vector de observaciones X_{m+1}
- Se calcula el error de predicción para la observación $m+1$ utilizando las primeras m observaciones. Este error de predicción formará parte del residuo recursivo w_{m+1} que se define como una tipificación de aquél.

$$w_{m+1} = \frac{Y_{m+1} - X_{m+1}' \hat{\beta}_m}{\sqrt{1 + X_{m+1}' (X_m' X_m)^{-1} X_{m+1}}}$$

Esquemáticamente



Ejemplo mínimos cuadrados recursivos

	Precio del m2 - Euros	Tipo hipotecario	aumento del crédito
1995	737,825	11,04	292,23
1996	745,525	9,45	-54,452
1997	764,175	6,91	195,66
1998	771,475	5,65	443,246
1999	821,775	4,72	412,889
2000	920,825	5,76	767,459
2001	1080,7	5,76	890,386
2002	1226,4	4,80	700,903
2003	1363,975	3,71	556,064
2004	1512,525	3,36	1171,104
2005	1686,7	3,28	1435,565
2006	1906,575	4,17	2155,107
2007	2039,25	5,24	2132,13
2008	2024,25	5,86	2057,039

	aumento del crédito	Tipo hipotecario a mas de 3 a	
Coefficientes	0,835286236	74,47364084	
Error típico	0,078585744	15,26416355	
R ²	0,966309218	266,8267248	
F	172,090255	12	GL
SS _{reg}	24504448,05	854358,013	SS _{resid}



Ejemplo: Mínimos cuadrados recursivos

periodo	c	b	Vivienda $m+1$	$e_{m(1)}$
1995-2001	0,74751073	70,4359951	861,69	364,70928
1995-2002	0,88010568	67,72148388	740,873172	623,101828
1995-2003	1,0400513	64,25277336	1433,60842	78,9165842
1995-2004	1,07301576	62,75794215	1746,42865	-59,7286547
1995-2005	1,05399512	63,7049562	2537,30773	-630,732729
1995-2006	0,89467458	72,3068663	2286,62523	-247,375228
1995-2007	0,8545094	73,97070438	2191,02407	-166,774073

Tests de Brown, Durbin y Evans

- Un modo de detectar la posibilidad de ruptura estructural a lo largo de las observaciones de un modelo de MCO
- Como hipótesis nula se especifica la estabilidad, tanto de los parámetros β como de las varianzas de la perturbación, a lo largo de los n periodos considerados.

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = \beta \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$$

- Dos contrastes que permiten *decidir* si existe estabilidad o ruptura estructural
 - **Contraste de Suma Acumulada (Test CUSUM)**
 - **Contraste de Suma Acumulada de Cuadrados (Test CUSUM2)**

Cusum

- Consiste en la acumulación progresiva de los residuos recursivos que posteriormente se *normalizan* dividiéndolos entre la estimación insesgada de la desviación típica de la perturbación.

$$W_t = \frac{\sum_{i=k+1}^t W_i}{\sigma_u}, t = k + 1, \dots, n$$

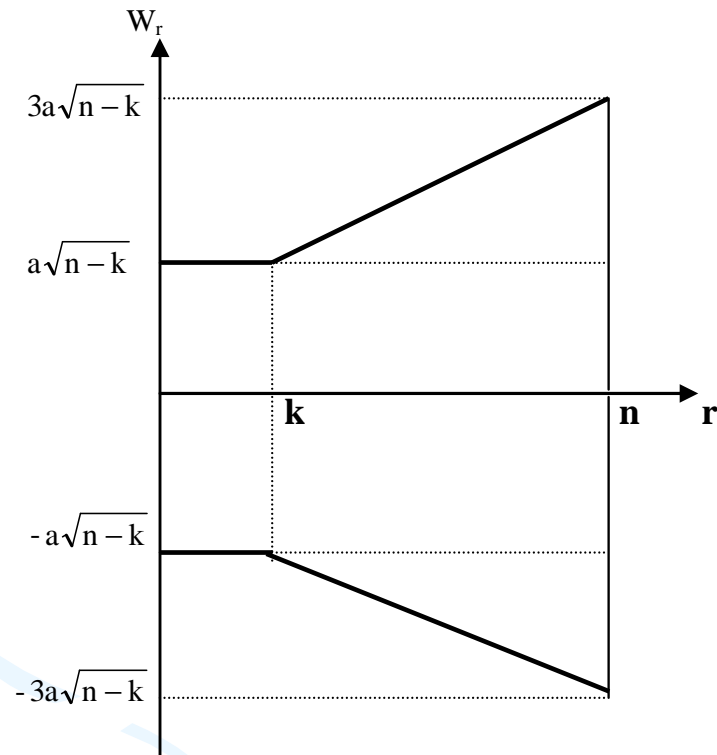
- Estos valores de las sumas acumuladas, en el supuesto de estabilidad, deberían oscilar *entre las líneas de significación* representadas por las rectas que se definen a partir de los pares de puntos,

$$\{k, a\sqrt{n-k}\} \text{ y } \{n, 3a\sqrt{n-k}\}$$
$$\{k, -a\sqrt{n-k}\} \text{ y } \{n, -3a\sqrt{n-k}\}$$

- En caso contrario, es decir cuando los valores de W_r sobrepasen dichas rectas (marcadas con trazos más gruesos) se puede considerar falta de estabilidad en el modelo. El cálculo de estas rectas necesita determinar los valores de "a" que se encuentran tabulados para distintos niveles de significación siendo los más usuales,

α (%)	1%	5%	10%
a	1.143	0.948	0.850

Representación gráfica test cusum

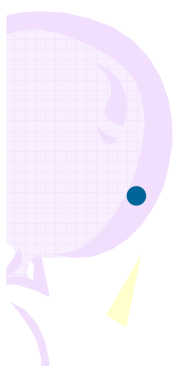




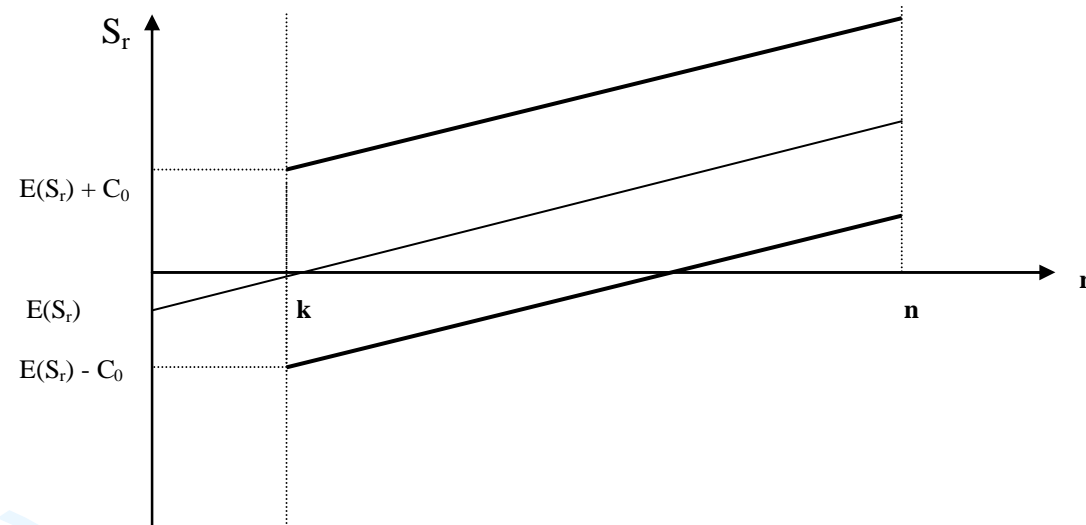
Cusum cuadrados

- Este contraste, análogo al anterior, utiliza en el numerador la suma acumulada del cuadrado de los residuos recursivos y en el denominador el valor de la Suma de Cuadrados de la totalidad de los Residuos Recursivos.

$$W_t^* = \frac{\sum_{i=k+1}^t W_i^2}{\sum_{i=k+1}^n W_i^2}, t = k + 1, \dots, n$$

- Para este estadístico W_t^* se consideran también unas rectas de significación definidas a partir del valor esperado del estadístico sumándole (y restando) una cantidad fija dependiendo del nivel de significación elegido (C_0). Nótese que el valor esperado del estadístico oscila entre cero y uno; así, $E(W_t^*) = 0$ cuando $t = k$, y, cuando $t = n$, $E(W_t^*) = 1$.
 - Los valores de significación para C_0 de se encuentran tabulados en Biometricka, vol. 56, 1969, pág.4.
- 

Representación gráfica del test cusum2



Ejemplo: cusum y cusum2

periodo	W_{m+1}	W_t	$w_t^*w_t$	W_t^*
1995-2001	322,2817067	1,207831438	103865,499	0,144410954
1995-2002	583,8349436	3,395899158	340863,241	0,618335273
1995-2003	59,80890658	3,62004802	3577,10531	0,623308755
1995-2004	-46,068512	3,447394729	2122,3078	0,626259538
1995-2005	-451,5529929	1,75508676	203900,105	0,909755107
1995-2006	-207,8393006	0,97615691	43197,1749	0,969814947
1995-2007	-147,3436955	0,423949497	21710,1646	1

	$\{k, a\sqrt{n-k}\}$	y	$\{n, 3a\sqrt{n-k}\}$
	k		
limites cusum	2,50817224		7,52451673
alpha=0,5	-2,50817224		-7,52451673

